

2010年4月18日 · 高能物理会议

P -波重味四夸克态

张建荣

合作者：黄明球 教授

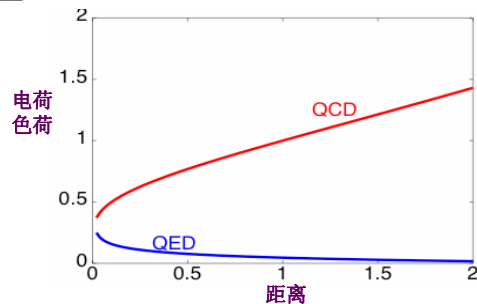
国防科学技术大学

Outline

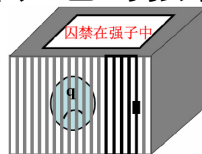
- 一 QCD & QCDSR
- 二 $Y_b(10890)$ 和 $Y(4360)$ 是否是 P -波 $[Qq][\bar{Q}\bar{q}]$ 四夸克态?
- 三 P -波 $[cs][\bar{c}\bar{s}]$ 四夸克态: $Y(4260)$ 或 $Y(4660)$?

1 QCD & QCDSR

- QCD: 1) 渐进自由 (胶子带色)



- 2) 色禁闭: 夸克和胶子被囚禁在整体无色的强子里。



- QCD在高能短程: 微扰论 (渐近自由); 长程, 微扰方法失效 (强耦合), 还不能精确地计算非微扰的贡献。
- 非微扰方法: Lattice、重整化群、低能有效场论、夸克模型、*QCD*求和规则。

- Shifman, Vainshtein, Zakharov (SVZ), 1979年
- 三步骤:
 - 1) 关联函数唯象描述;
 - 2) 关联函数QCD描述 (算符乘积展开):
 - 短程——微扰理论
 - 长程——真空凝聚
 - 3) 匹配两种描述得到强子参量
- 极其广泛的应用: 介子, 重子, 多夸克态...
(原始文献超过3600次的引用)

2 $Y_b(10890)$ 和 $Y(4360)$ 是否是 P -波 $[Qq][\bar{Q}\bar{q}]$ 四夸克态?

- 问题来源

- ★ $Y_b(10890)$ ($J^{PC} = 1^{--}$): BABAR组Phys. Rev. Lett. **102**, 012001 (2009).

- A. Ali等假定其为 P -波 $[bq][\bar{b}\bar{q}]$ 四夸克态(arXiv:0912.5016)

- 描述 $Y_b \rightarrow \Upsilon(1S)\pi^+\pi^-$, $\Upsilon(2S)\pi^+\pi^-$ 衰变的动力学模型

- ★ $Y(4360)$ ($J^{PC} = 1^{--}$): BABAR, PRL **98**, 212001 (2007); Belle, PRD **78**, 014032 (2008).

- 粲偶素混血儿, $3^3D_1 c\bar{c}$ 态(G.J.Ding等)

- ★ M. Nielsen等采用 $[cq]_{S=0}[\bar{c}\bar{q}]_{S=1} + [cq]_{S=1}[\bar{c}\bar{q}]_{S=0}$ 内插流, 计算 $Y(4360)$ 结果 $M = 4.49 \pm 0.11$ GeV, 与实验相差较大

- P -波 $[Qq][\bar{Q}\bar{q}]$ 的结构

$$Y_{[Qq]} = [Qq][\bar{Q}\bar{q}], S_{[Qq]} = 0, S_{[\bar{Q}\bar{q}]} = 0, S_{[Qq][\bar{Q}\bar{q}]} = 0, L_{[Qq][\bar{Q}\bar{q}]} = 1,$$

- 流的构造

$$j^\mu = \epsilon_{abc}\epsilon_{dec}(q_a^T C \gamma_5 Q_b) D^\mu(\bar{q}_d \gamma_5 C \bar{Q}_e^T). \quad (1)$$

- 求和规则推导

$$\Pi^{\mu\nu}(q^2) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T [j^\mu(x) j^{\nu\dagger}(0)] | 0 \rangle. \quad (2)$$

$$\Pi^{\mu\nu}(q^2) = \left(\frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu} \right) \Pi^{(1)}(q^2) + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \Pi^{(0)}(q^2). \quad (3)$$

1) 唯象

$$\Pi^{(1)}(q^2) = \frac{[\lambda^{(1)}]^2}{M_H^2 - q^2} + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\text{Im}\Pi^{(1)\text{phen}}(s)}{s - q^2} + \text{subtractions}, \quad (4)$$

2) 算符乘积展开

$$\Pi^{(1)}(q^2) = \int_{4m_Q^2}^{\infty} ds \frac{\rho^{\text{OPE}}(s)}{s - q^2}, \quad (5)$$

谱密度为 $\rho^{\text{OPE}}(s) = \frac{1}{\pi} \text{Im}\Pi^{(1)}(s)$ 。

3) 两边等同起来，假定夸克-强子对偶性，做Borel变换，

$$[\lambda^{(1)}]^2 e^{-M_H^2/M^2} = \int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \rho^{\text{OPE}}(s) e^{-s/M^2}. \quad (6)$$

消去 $\lambda^{(1)}$

$$M_H^2 = \int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \rho^{\text{OPE}}_s e^{-s/M^2} / \int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \rho^{\text{OPE}} e^{-s/M^2}. \quad (7)$$

- OPE计算技术

计算 α_s 的领头阶并考虑维度到六的凝聚贡献

$$\begin{aligned} \Pi^{\mu\nu}(q^2) = & i\epsilon_{abc}\epsilon_{dec}\epsilon_{a'b'c'}\epsilon_{d'e'c'} \int d^4x e^{iq\cdot x} \\ & \times \left\{ Tr [C\gamma_5 S_{Qbb'}(x)\gamma_5 C^\dagger S_{aa'}^T(x)] Tr [C^\dagger \gamma_5 D_x^\mu S_{dd'}(y-x) \overleftarrow{D}_y^\nu \gamma_5 C S_{Qee'}^T(-x)] \Big|_{y=0} \right. \\ & + Tr [C\gamma_5 S_{Qbb'}(x)\gamma_5 C^\dagger S_{aa'}^T(x)] Tr [C^\dagger \gamma_5 D_x^\mu S_{dd'}(-x) \gamma_5 C S_{Qee'}^T(y-x) \overleftarrow{D}_y^\nu] \Big|_{y=0} \\ & + Tr [C\gamma_5 S_{Qbb'}(x)\gamma_5 C^\dagger S_{aa'}^T(x)] Tr [C^\dagger \gamma_5 S_{dd'}(y-x) \overleftarrow{D}_y^\nu \gamma_5 C D_x^\mu S_{Qee'}^T(-x)] \Big|_{y=0} \\ & \left. + Tr [C\gamma_5 S_{Qbb'}(x)\gamma_5 C^\dagger S_{aa'}^T(x)] Tr [C^\dagger \gamma_5 S_{dd'}(-x) \gamma_5 C D_x^\mu S_{Qee'}^T(y-x) \overleftarrow{D}_y^\nu] \Big|_{y=0} \right\}, \end{aligned}$$

利用重夸克传播子的动量空间表达式

$$\begin{aligned}
 S_Q(p) = & \frac{i}{\not{p} - m_Q} - \frac{i}{4} g t^A G_{\kappa\lambda}^A(0) \frac{1}{(p^2 - m_Q^2)^2} [\sigma_{\kappa\lambda}(\not{p} + m_Q) + (\not{p} + m_Q)\sigma_{\kappa\lambda}] \\
 & - \frac{i}{4} g^2 t^A t^B G_{\kappa\lambda}^A(0) G_{\mu\nu}^B(0) \frac{\not{p} + m_Q}{(p^2 - m_Q^2)^5} [\gamma_\alpha(\not{p} + m_Q)\gamma_\beta(\not{p} + m_Q)\gamma_\mu(\not{p} + m_Q)\gamma_\nu \\
 & + \gamma_\alpha(\not{p} + m_Q)\gamma_\mu(\not{p} + m_Q)\gamma_\beta(\not{p} + m_Q)\gamma_\nu + \gamma_\alpha(\not{p} + m_Q)\gamma_\mu(\not{p} + m_Q)\gamma_\nu(\not{p} + m_Q)\gamma_\beta] \\
 & \times (\not{p} + m_Q) + \frac{i}{48} g^3 f^{ABC} G_{\gamma\delta}^A G_{\delta\varepsilon}^B G_{\varepsilon\gamma}^C \frac{1}{(p^2 - m_Q^2)^6} (\not{p} + m_Q) [\not{p}(p^2 - 3m_Q^2) \\
 & + 2m_Q(2p^2 - m_Q^2)] (\not{p} + m_Q).
 \end{aligned}$$

轻夸克部分在坐标空间计算

$$\begin{aligned}
 S_{ab}(x) = & \frac{i\delta_{ab}}{2\pi^2 x^4} \not{x} - \frac{m_q \delta_{ab}}{4\pi^2 x^2} - \frac{i}{32\pi^2 x^2} t_{ab}^A g G_{\mu\nu}^A (\not{x}\sigma^{\mu\nu} + \sigma^{\mu\nu}\not{x}) - \frac{\delta_{ab}}{12} \langle \bar{q}q \rangle + \frac{i\delta_{ab}}{48} m_q \langle \bar{q}q \rangle \not{x} \\
 & - \frac{x^2 \delta_{ab}}{3 \cdot 2^6} \langle g\bar{q}\sigma \cdot Gq \rangle + \frac{ix^2 \delta_{ab}}{2^7 \cdot 3^2} m_q \langle g\bar{q}\sigma \cdot Gq \rangle \not{x}.
 \end{aligned}$$

在 D 维Fourier变换到动量空间。轻夸克部分与重夸克部分结合在一起维数正规化。

- 谱密度

$$\rho^{\text{OPE}}(s) = \rho^{\text{pert}}(s) + \rho^{\langle \bar{q}q \rangle}(s) + \rho^{\langle \bar{q}q \rangle^2}(s) + \rho^{\langle g\bar{q}\sigma \cdot Gq \rangle}(s) + \rho^{\langle g^2 G^2 \rangle}(s) + \rho^{\langle g^3 G^3 \rangle}(s),$$

$$\rho^{\text{pert}}(s) = -\frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 2^{11} \pi^6} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha^4} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^4} (1 - \alpha - \beta) K(\alpha, \beta) r(m_Q, s)^5,$$

$$\rho^{\langle \bar{q}q \rangle}(s) = \frac{m_Q \langle \bar{q}q \rangle}{3 \cdot 2^6 \pi^4} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^2} (2 - \alpha - \beta) r(m_Q, s)^3,$$

$$\rho^{\langle \bar{q}q \rangle^2}(s) = -\frac{m_Q^2 \langle \bar{q}q \rangle^2}{3 \cdot 2^3 \pi^2} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} d\alpha [m_Q^2 - \alpha(1 - \alpha)s],$$

$$\begin{aligned} \rho^{\langle g\bar{q}\sigma \cdot Gq \rangle}(s) = & -\frac{m_Q \langle g\bar{q}\sigma \cdot Gq \rangle}{2^8 \pi^4} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^2} (\alpha + \beta - 4\alpha\beta) r(m_Q, s)^2 \\ & + \frac{m_Q \langle g\bar{q}\sigma \cdot Gq \rangle}{2^8 \pi^4} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha(1 - \alpha)} [m_Q^2 - \alpha(1 - \alpha)s]^2, \end{aligned}$$

$$\rho^{\langle g^2 G^2 \rangle}(s) = -\frac{m_Q^2 \langle g^2 G^2 \rangle}{3^2 \cdot 2^{12} \pi^6} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha^4} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^4} (1 - \alpha - \beta)(\alpha^3 + \beta^3) K(\alpha, \beta) r(m_Q, s)^2,$$

$$\begin{aligned} \rho^{\langle g^3 G^3 \rangle}(s) = & -\frac{\langle g^3 G^3 \rangle}{3^2 \cdot 2^{14} \pi^6} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha^4} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^4} (1 - \alpha - \beta) K(\alpha, \beta) [(\alpha^3 + \beta^3) r(m_Q, s) \\ & + 4(\alpha^4 + \beta^4) m_Q^2] r(m_Q, s). \end{aligned}$$

$$r(m_Q, s) \equiv (\alpha + \beta)m_Q^2 - \alpha\beta s, \quad K(\alpha, \beta) \equiv 1 + \alpha - 2\alpha^2 + \beta + 2\alpha\beta - 2\beta^2. \quad \alpha_{\min} = (1 - \sqrt{1 - 4m_Q^2/s})/2, \quad \alpha_{\max} = (1 + \sqrt{1 - 4m_Q^2/s})/2, \quad \beta_{\min} = \alpha m_Q^2 / (s\alpha - m_Q^2).$$

- 对求和规则数值分析

$$M_H^2 = \int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \rho \text{OPE}_s e^{-s/M^2} / \int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \rho \text{OPE}_s e^{-s/M^2}.$$

- 输入参量:

$$m_c = (1.23 \pm 0.05) \text{ GeV},$$

$$m_b = (4.20 \pm 0.07) \text{ GeV},$$

$$\langle \bar{q}q \rangle = -(0.23 \pm 0.03)^3 \text{ GeV}^3,$$

$$\langle g \bar{q} \sigma \cdot G q \rangle = m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle,$$

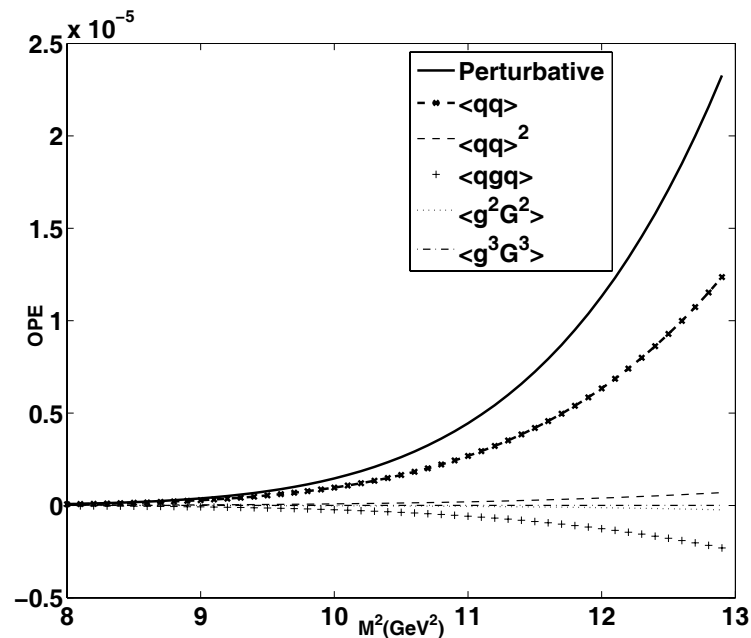
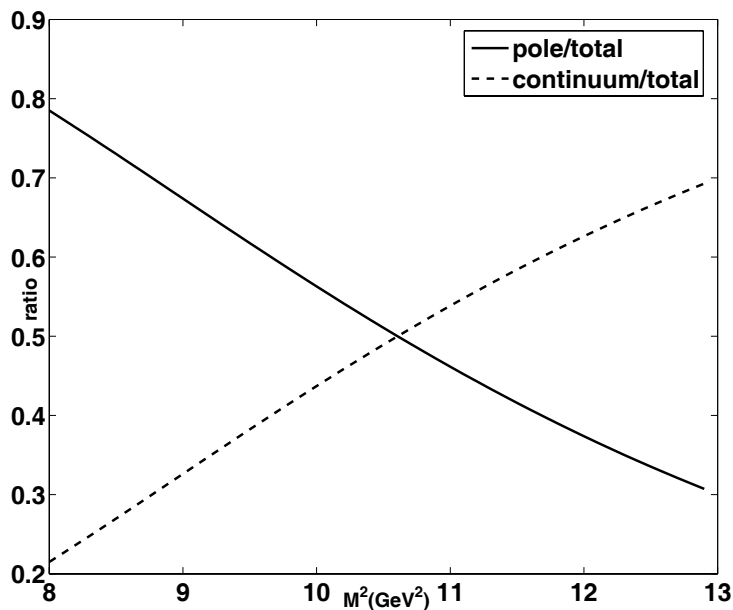
$$m_0^2 = 0.8 \text{ GeV}^2,$$

$$\langle g^2 G^2 \rangle = 0.88 \text{ GeV}^4,$$

$$\langle g^3 G^3 \rangle = 0.045 \text{ GeV}^6.$$

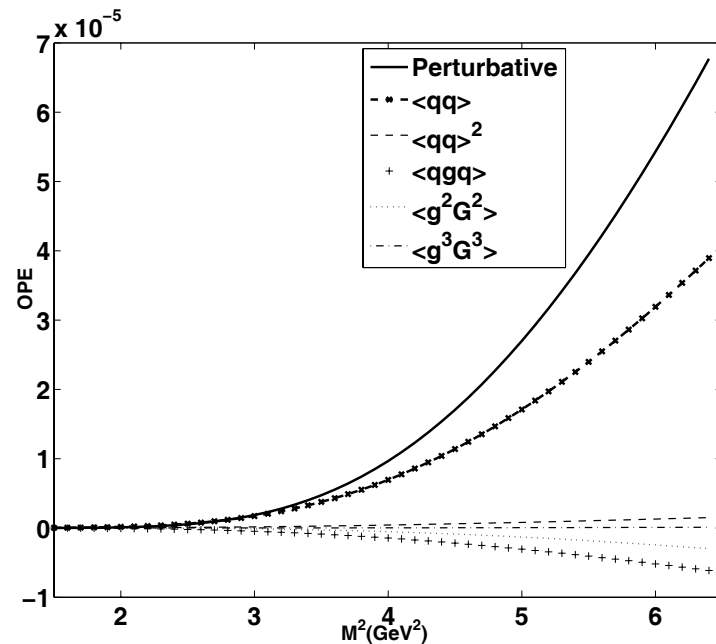
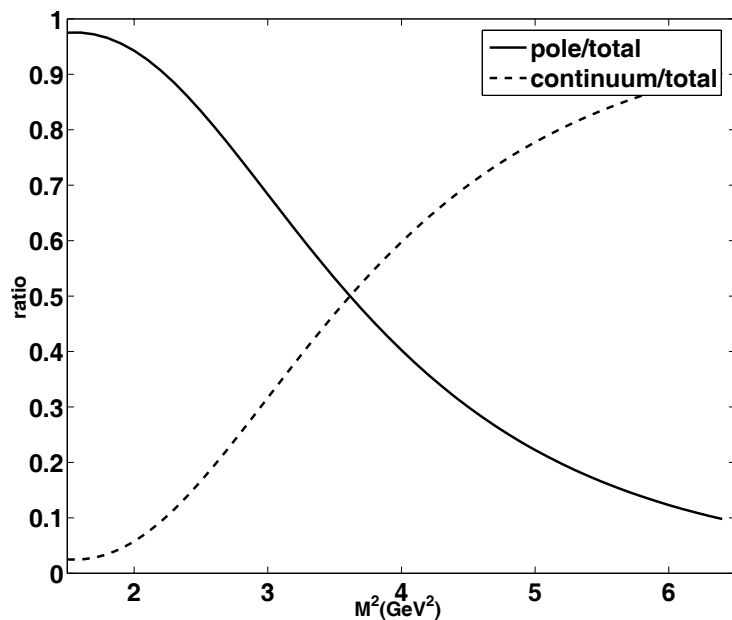
- s_0 和Borel参量 M^2 的选取

● $Y_b(10890)$ 的相对极点贡献图及算符乘积展开各项的比较图



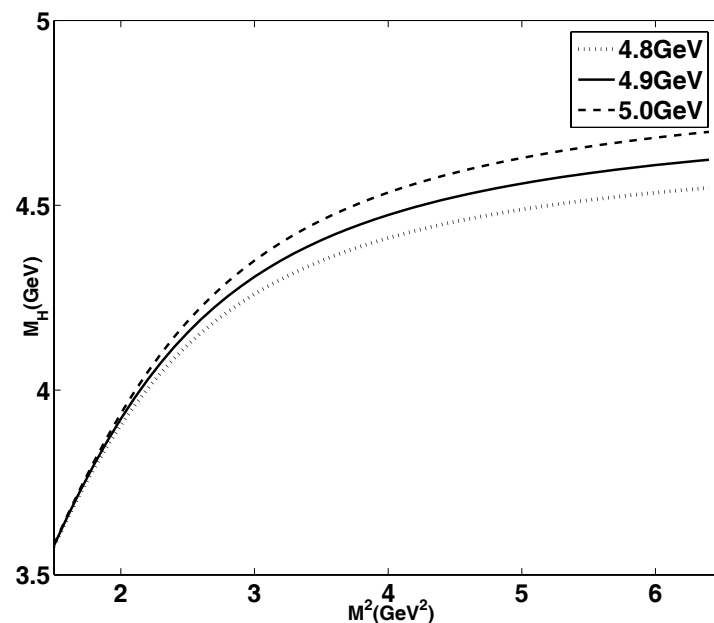
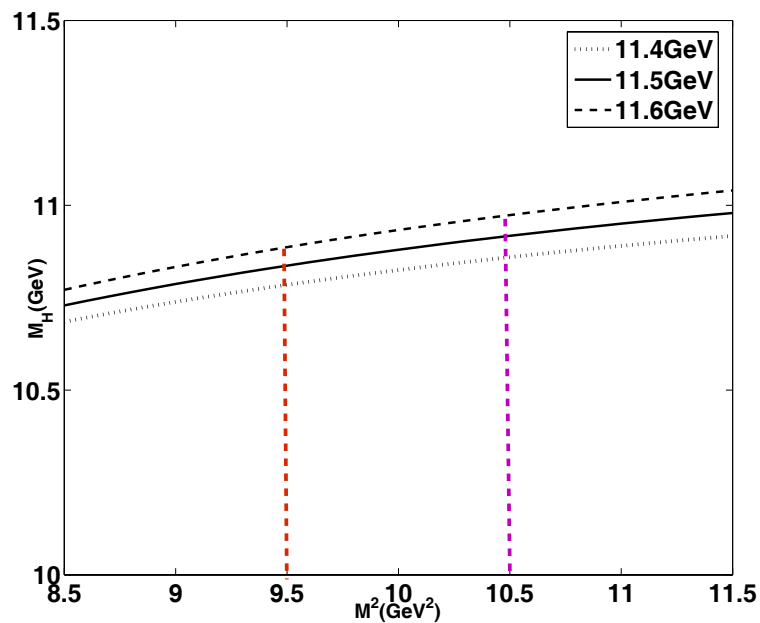
$\sqrt{s_0} = 11.5 \text{ GeV}$, $M^2 = 9.5 \text{ GeV}^2$ 微扰/总贡献=63%随 M^2 增加增加。 $M^2 = 10.5 \text{ GeV}^2$, 相对极点贡献=51%并随着 M^2 增加减小。 s_0 和 M^2 取为 $\sqrt{s_0} = 11.4 \sim 11.6 \text{ GeV}$, $M^2 = 9.5 \sim 10.5 \text{ GeV}^2$ 。

● $Y(4360)$ 的相对极点贡献图及算符乘积展开各项的比较图



s_0 和 M^2 取为 $\sqrt{s_0} = 4.8 \sim 5.0 \text{ GeV}$, $M^2 = 2.6 \sim 3.6 \text{ GeV}^2$ 。

- $Y_b(10890)$ 、 $Y(4360)$ 质量依赖于 M^2 的Borel曲线



$Y_b(10890)$ 的Borel 曲线左图所示。 $Y(4360)$ 的Borel曲线右图所示。 $Y_b(10890)$ 质量为 10.88 ± 0.13 GeV， $Y(4360)$ 质量为 4.32 ± 0.20 GeV

- 小结

1) 在 P -波 $[bq][\bar{b}\bar{q}]$ 构型, 利用求和规则计算 $Y_b(10890)$ 的质量。对于 $Y_b(10890)$, 数值结果 10.88 ± 0.13 GeV与实验数据吻合得非常好, 可以支持其 P -波四夸克态的构型。

2) 在同样的图景, $Y(4360)$ 的质量计算为 4.32 ± 0.20 GeV, 结果与实验值符合, 支持其 P -波标量-双夸克-标量-反双夸克构型。与同样利用求和规则得到的 $Y(4360)$ 的质量 $M = 4.49 \pm 0.11$ GeV相比较, 这里的结果得到了改善, 中心值更加接近实验数据。

3 P -波 $[cs][\bar{c}\bar{s}]$ 四夸克态： $Y(4260)$ 或 $Y(4660)$ ？

- 问题来源

★ $Y(4260)$ ($J^{PC} = 1^{--}$):

BABAR, PRL **95**, 142001 (2005); CLEO, PRD **74**, 091104(R) (2006); Belle, PRL **99**, 182004 (2007).

混血粲偶素 (S.L.Zhu) , $\chi_{c\rho^0}$ 分子态(X.Liu, X.Q.Zeng, and X.Q.Li), $\Psi(4S)$, $\omega\chi_{c1}$ 分子态(C.Z.Yuan等), $\Lambda_c\bar{\Lambda}_c$ 重子偶素态(C.F.Qiao), D_1D 或 D_0D^* 分子态(G.J.Ding)

$Y(4660)$ ($J^{PC} = 1^{--}$): Belle, PRL **99**, 142002 (2007).

5^3S_1 粲偶素(G.J.Ding等), 重子偶素态(C.F.Qiao), $f_0(980)\Psi'$ 束缚态(F.K.Guo等及Z.G.Wang求和规则计算), 6^3S_1 态(B.Q.Li&K.T.Chao), $5^3S_1 - 4^3D_1$ 混合态; 其它工作(如A.L.Zhang)

★ $Y(4260)$ 被解释为 P -波 $[cs][\bar{c}\bar{s}]$ 态(L.Maiani等) D.Ebert等不赞成这种假定并认定 $Y(4260)$ 不可能是 P -波粲奇异双夸克-反双夸克态。

★ $Y(4660)$ 被解释为 cs -双夸克- $\bar{c}\bar{s}$ -反双夸克的四夸克态(NPA815, 53 (2009))

- P -波 $[Q_s][\bar{Q}\bar{s}]$ 结构与流的构造

$$\begin{aligned}
 Y_{[Q_s]} &= [Q_s][\bar{Q}\bar{s}] \\
 S_{[Q_s]} &= 0, \\
 S_{[\bar{Q}\bar{s}]} &= 0, \\
 S_{[Q_s][\bar{Q}\bar{s}]} &= 0, \\
 L_{[Q_s][\bar{Q}\bar{s}]} &= 1,
 \end{aligned}$$

$$j^\mu = \epsilon_{abc}\epsilon_{dec}(s_a^T C \gamma_5 Q_b) D^\mu (\bar{s}_d \gamma_5 C \bar{Q}_e^T). \quad (8)$$

- 与上一节类似

$$M_H^2 = \int_{(2m_Q+2m_s)^2}^{s_0} ds \rho^{\text{OPE}} s e^{-s/M^2} / \int_{(2m_Q+2m_s)^2}^{s_0} ds \rho^{\text{OPE}} e^{-s/M^2}. \quad (9)$$

- 谱密度

$$\rho^{\text{pert}}(s) = -\frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 2^{11} \pi^6} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha^4} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^4} (1 - \alpha - \beta) K(\alpha, \beta) [r(m_Q, s) - 5m_Q m_s] \\ \times r(m_Q, s)^4,$$

$$\rho^{\langle \bar{s}s \rangle}(s) = \frac{\langle \bar{s}s \rangle}{3 \cdot 2^6 \pi^4} \left\{ \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^2} \left\{ [(2 - \alpha - \beta)m_Q + (1 - \alpha - \beta)m_s] r(m_Q, s) \right. \right. \\ \left. \left. - 3(\alpha - \alpha^2 + \beta - \beta^2)m_s m_Q^2 \right\} r(m_Q, s)^2 \right. \\ \left. - m_s \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} [m_Q^2 - \alpha(1-\alpha)s]^3 \right\},$$

$$\rho^{\langle \bar{s}s \rangle^2}(s) = \frac{m_Q \langle \bar{s}s \rangle^2}{3 \cdot 2^4 \pi^2} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} d\alpha \left\{ -2m_Q [m_Q^2 - \alpha(1-\alpha)s] + m_s [m_Q^2 - 2\alpha(1-\alpha)s] \right\},$$

$$\rho^{\langle g\bar{s}\sigma \cdot Gs \rangle}(s) = \frac{\langle g\bar{s}\sigma \cdot Gs \rangle}{3 \cdot 2^8 \pi^4} \left\{ \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^2} r(m_Q, s) \left\{ -3m_Q(\alpha + \beta - 4\alpha\beta)r(m_Q, s) \right. \right. \\ \left. \left. + m_s \alpha\beta [12m_Q^2 - 7(\alpha + \beta)m_Q^2 - 5\alpha\beta s] \right\} + \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} d\alpha [m_Q^2 - \alpha(1-\alpha)] \right. \\ \left. \times \left\{ \frac{3m_Q}{\alpha(1-\alpha)} [m_Q^2 - \alpha(1-\alpha)s] + 2m_s [5\alpha(1-\alpha)s - 9m_Q^2] \right\} \right\},$$

$$\begin{aligned}
\rho\langle g^2 G^2 \rangle(s) &= -\frac{m_Q \langle g^2 G^2 \rangle}{3^2 \cdot 2^{12} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^4} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^4} (1-\alpha-\beta)(\alpha^3 + \beta^3) K(\alpha, \beta) \\
&\quad \times r(m_Q, s) [(m_Q - 3m_s)r(m_Q, s) - 2m_s m_Q^2(\alpha + \beta)], \\
\rho\langle g^3 G^3 \rangle(s) &= -\frac{\langle g^3 G^3 \rangle}{3^2 \cdot 2^{14} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^4} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^4} (1-\alpha-\beta) K(\alpha, \beta) \left\{ [(\alpha^3 + \beta^3) \right. \\
&\quad \times r(m_Q, s) + 4(\alpha^4 + \beta^4)m_Q^2 - 2m_Q m_s(2\alpha^2 + 3\alpha\beta + 2\beta^2) \\
&\quad \left. \times (3\alpha^2 - 4\alpha\beta + 3\beta^2)] r(m_Q, s) - 4m_s m_Q^3(\alpha + \beta)(\alpha^4 + \beta^4) \right\}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r(m_Q, s) &\equiv (\alpha + \beta)m_Q^2 - \alpha\beta s \text{ 和 } K(\alpha, \beta) \equiv 1 + \alpha - 2\alpha^2 + \beta + 2\alpha\beta - 2\beta^2. \quad \alpha_{min} = \\
&(1 - \sqrt{1 - 4m_Q^2/s})/2, \quad \alpha_{max} = (1 + \sqrt{1 - 4m_Q^2/s})/2, \quad \beta_{min} = \alpha m_Q^2/(s\alpha - m_Q^2).
\end{aligned}$$

- 数值分析

$$M_H^2 = \int_{(2m_Q+2m_s)^2}^{s_0} ds \rho^{\text{OPE}}_s e^{-s/M^2} / \int_{(2m_Q+2m_s)^2}^{s_0} ds \rho^{\text{OPE}} e^{-s/M^2}. \quad (10)$$

- 输入参量:

$$m_c = 1.23 \pm 0.05 \text{ GeV},$$

$$m_b = 4.20 \pm 0.07 \text{ GeV},$$

$$m_s = 0.13 \pm 0.03 \text{ GeV},$$

$$\langle \bar{q}q \rangle = -(0.23)^3 \text{ GeV}^3,$$

$$\langle \bar{s}s \rangle = 0.8 \langle \bar{q}q \rangle,$$

$$\langle g\bar{s}\sigma \cdot Gs \rangle = m_0^2 \langle \bar{s}s \rangle,$$

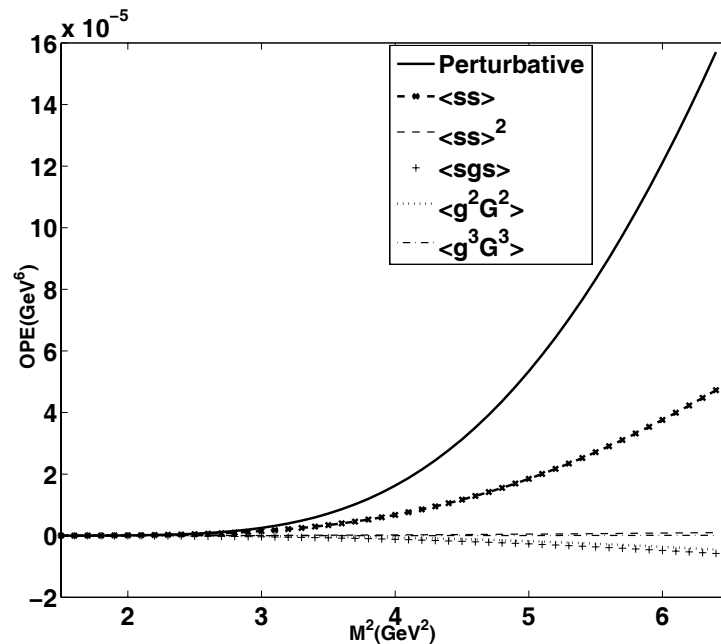
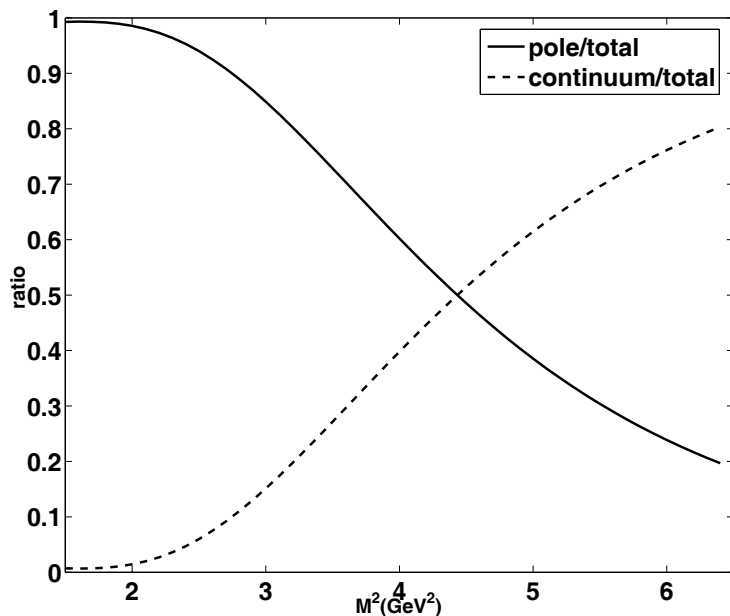
$$m_0^2 = 0.8 \text{ GeV}^2,$$

$$\langle g^2 G^2 \rangle = 0.88 \text{ GeV}^4,$$

$$\langle g^3 G^3 \rangle = 0.045 \text{ GeV}^6.$$

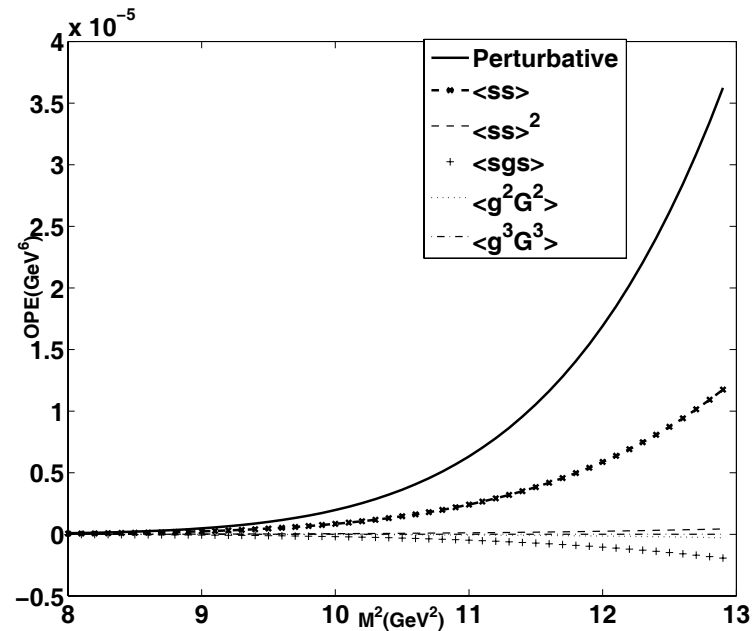
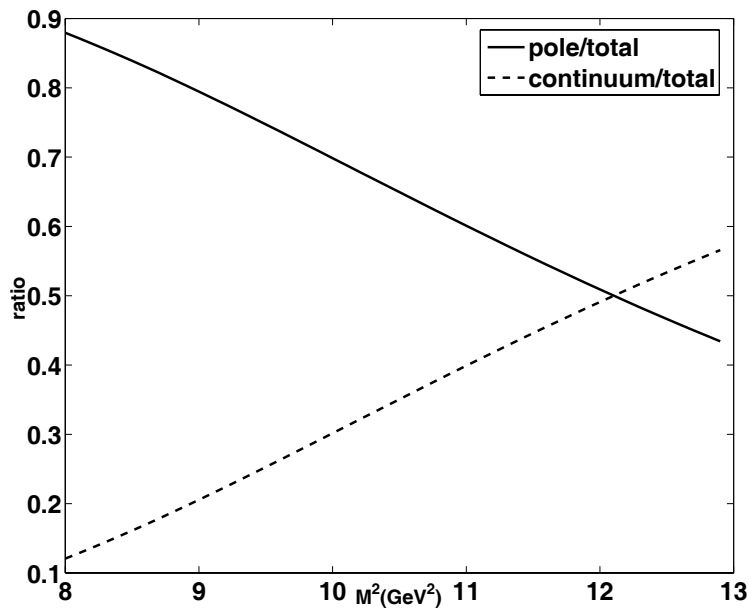
- s_0 和Borel参量 M^2 的选取

● $Y_{[cs]}$ 的相对极点贡献图及算符乘积展开各项的比较图



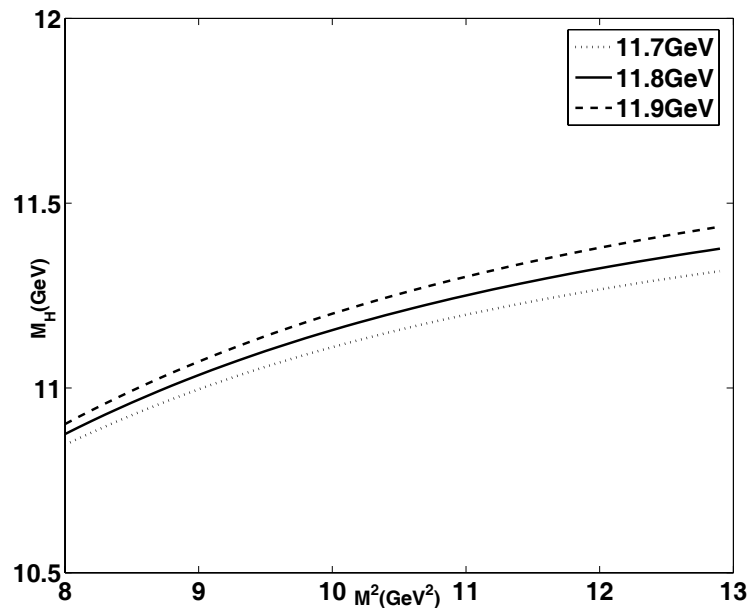
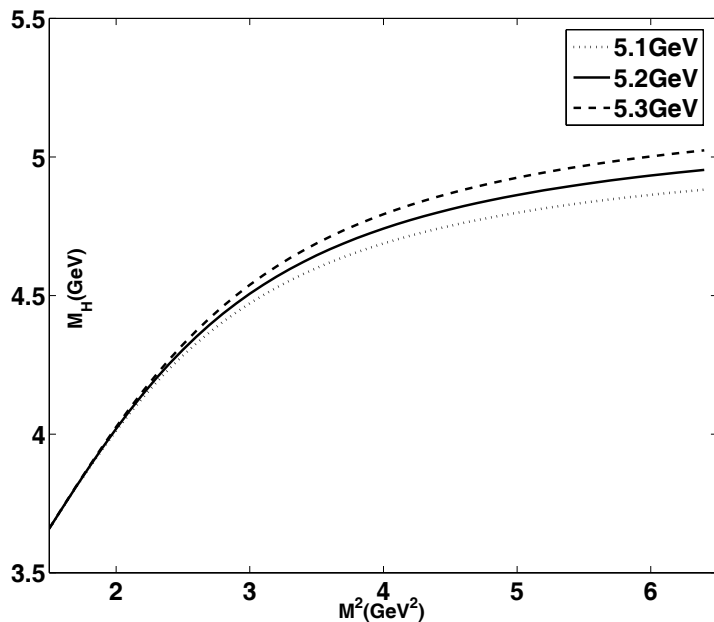
$Y_{[cs]}$, $\sqrt{s_0} = 5.2 \text{ GeV}$, $M^2 = 3.3 \text{ GeV}^2$, 微扰贡献/总的算符乘积展开=72%, 随 M^2 增加而增加。 $M^2 = 4.3 \text{ GeV}^2$, 相对的极点贡献=53% 随 M^2 增加而减小。 $\sqrt{s_0} = 5.1 \sim 5.3 \text{ GeV}$, $M^2 = 3.3 \sim 4.3 \text{ GeV}^2$ 。

● $Y_{[bs]}$ 的相对极点贡献图及算符乘积展开各项的比较图



$Y_{[bs]}$, $M^2 = 10.0 \text{ GeV}^2$, 微扰贡献/总的算符乘积展开=74%, $M^2 = 11.5 \text{ GeV}^2$ 相对的极点贡献= 55%。 $\sqrt{s_0} = 11.7 \sim 11.9 \text{ GeV}$, $M^2 = 10.0 \sim 11.5 \text{ GeV}^2$

- $Y_{[cs]}$ 、 $Y_{[bs]}$ 质量依赖于 M^2 的Borel曲线



$Y_{[cs]}$ 的 $\sqrt{s_0} = 5.1 \sim 5.3$ GeV, $M_{Y_{[cs]}} = 4.69 \pm 0.15$ GeV。 $Y_{[bs]}$ 的 $\sqrt{s_0} = 11.7 \sim 11.9$ GeV。 $M_{Y_{[bs]}} = 11.23 \pm 0.12$ GeV。

- 一些讨论

1) $Y_{[cs]}$ 的结果 4.69 ± 0.15 GeV 与 $Y(4660)$ 的实验数据 $4664 \pm 11 \pm 5$ MeV 吻合得很好。然而，即使考虑不确定度该值仍比 $Y(4260)$ 的质量大一些，这样支持 $Y(4660)$ 为 P -波 $[cs][\bar{c}\bar{s}]$ 结构同时不支持 $Y(4260)$ 解释为 P -波 $[cs][\bar{c}\bar{s}]$ 态。

2) 进一步， 4.69 ± 0.15 GeV 也比 $Y(4360)$ 的质量 $4361 \pm 9 \pm 9$ MeV 稍稍大一些，也不支持 $Y(4360)$ 是 P -波 $[cs][\bar{c}\bar{s}]$ 四夸克态。

3) 实际上，上一节我们已经得到了 P -波 $[cq][\bar{c}\bar{q}]$ 质量为 4.32 ± 0.20 GeV，与 $Y(4360)$ 的实验数据吻合可以支持 $Y(4360)$ 的 P -波 $[cq][\bar{c}\bar{q}]$ 结构。注意 D.Ebert 等假定 $Y(4260)$ 是 P -波 $[cq][\bar{c}\bar{q}]$ 态。实际上，仅仅由数值 4.32 ± 0.20 GeV 并不能完全排除 $Y(4260)$ 作为 P -波 $[cq][\bar{c}\bar{q}]$ 态的可能性，因为考虑到不确定度后该值仍与 $Y(4260)$ 的质量一致。至于 $Y(4260)$ 的真实结构，需要进一步的理论研究和实验证实。

- 小结

- 1) 利用QCD求和规则方法计算 P -波 $[cs][\bar{c}\bar{s}]$ 四夸克态 $Y_{[cs]}$ 的质量。对于 $Y_{[cs]}$ ，最终结果 4.69 ± 0.15 GeV与 $Y(4660)$ 的实验数据，支持 $Y(4660)$ 的 P -波四夸克态构型。同时，结果近似地比 $Y(4260)$ 的质量高0.30 GeV，与 $Y(4260)$ 的 P -波 $[cs][\bar{c}\bar{s}]$ 态解释不一致。
- 2) 预言底夸克对应者 $Y_{[bs]}$ 的质量为 11.23 ± 0.12 GeV有进一步地实验证实。

谢谢