粲重子的质量

王志刚

华北电力大学物理系
保定 071003

wangzgyiti@yahoo.com.cn.

粲重子的质量

- QCD求和规则中正负宇称重子的区分
- $\frac{1}{2}^{\pm}$三重态粲重子的质量
- $\frac{1}{2}^{+}$和$\frac{3}{2}^{+}$六重态粲重子和三重态双粲重子的质量
- $\frac{1}{2}^{-}$和$\frac{3}{2}^{-}$六重态粲重子和三重态双粲重子的质量
- 结论
- arXiv:0912.1648; arXiv:1001.1652; arXiv:1001.4693; arXiv:1002.2471; arXiv:1003.2838

1 QCD求和规则中正负宇称重子的区分

用QCD求和规则研究重子是个传统题材，比较成功；但正负宇称粒子经常互相干扰。

$J^+(x)$ – –正宇称重子流

$J^-(x) = i\gamma_5 J^+(x)$ – –负宇称重子流

$i\gamma_5$ – –改变宇称

定义关联函数

$$
\begin{aligned}
\Pi^{\pm}(p) &= i\int d^4x e^{ip\cdot x}\langle 0|T\left\{J^{\pm}(x)\bar{J}^{\pm}(0)\right\}|0\rangle\,, \\
\Pi^{\pm}_{\mu\nu}(p) &= i\int d^4x e^{ip\cdot x}\langle 0|T\left\{J^{\pm}_{\mu}(x)\bar{J}^{\pm}_{\nu}(0)\right\}|0\rangle\,.
\end{aligned}
$$

$J^{\pm}(x)$ − − 自旋$\frac{1}{2}$重子流

$J^{\pm}_{\mu}(x)$ − − 自旋$\frac{3}{2}$重子流

正负宇称关联函数的关系

$$
\begin{aligned}
\Pi^{-}(p) &= -\gamma_5\Pi^{+}(p)\gamma_5\,, \\
\Pi^{-}_{\mu\nu}(p) &= -\gamma_5\Pi^{+}_{\mu\nu}(p)\gamma_5\,.
\end{aligned}
$$

通过流和重子耦合，可以看到正负宇称重子贡献有一定关系；在关联函数里面插入重子完备集。

$$
\begin{aligned}
\langle 0|J_+(0)|B_\pm(p)\rangle\langle B_\pm(p)|\bar{J}_+(0)|0\rangle &= -\gamma_5\langle 0|J_-(0)|B_\pm(p)\rangle\langle B_\pm(p)|\bar{J}_-(0)|0\rangle\gamma_5\,, \\
\langle 0|J^+_\mu(0)|B^*_\pm(p)\rangle\langle B^*_\pm(p)|\bar{J}^+_\nu(0)|0\rangle &= -\gamma_5\langle 0|J^-_\mu(0)|B^*_\pm(p)\rangle\langle B^*_\pm(p)|\bar{J}^-_\nu(0)|0\rangle\gamma_5\,, \\
\langle 0|J^+_\mu(0)|B_\pm(p)\rangle\langle B_\pm(p)|\bar{J}^+_\nu(0)|0\rangle &= -\gamma_5\langle 0|J^-_\mu(0)|B_\pm(p)\rangle\langle B_\pm(p)|\bar{J}^-_\nu(0)|0\rangle\gamma_5\,,
\end{aligned}
$$

where

$$
\begin{aligned}
\langle 0|J^\pm(0)|B_\pm(p)\rangle &= \lambda_\pm U(p,s)\,, \\
\langle 0|J^\pm_\mu(0)|B^*_\pm(p)\rangle &= \lambda_\pm U_\mu(p,s)\,, \\
\langle 0|J^\pm_\mu(0)|B_\mp(p)\rangle &= \lambda_\mp\left(\gamma_\mu - 4\frac{p_\mu}{M_\mp}\right)U(p,s)\,,
\end{aligned}
$$

the $\lambda_\pm$ are the pole residues and $M_\pm$ are the masses, and the spinor $U(p,s)$ satisfies the usual Dirac equation $(\not{p} - M_\pm)U(p) = 0$.

区分正负宇称重子贡献

$$
\begin{aligned}
\Pi_+(p) &= \lambda_+^2 \frac{\not{p} + M_+}{M_+^2 - p^2} + \lambda_-^2 \frac{\not{p} - M_-}{M_-^2 - p^2} + \cdots \, , \\
\Pi_{\mu\nu}^+(p) &= -\lambda_+^2 \frac{\not{p} + M_+}{M_+^2 - p^2} g_{\mu\nu} - \lambda_-^2 \frac{\not{p} - M_-}{M_-^2 - p^2} g_{\mu\nu} + \cdots = -\Pi_+(p) g_{\mu\nu} + \cdots \, ,
\end{aligned}
$$

如果取**三维矢量**$\vec{p} = 0$，那麽

$$
\begin{aligned}
\mathrm{limit}_{\epsilon \to 0} \frac{\mathrm{Im}\Pi_+(\mathrm{p}_0 + \mathrm{i}\epsilon)}{\pi} &= \lambda_+^2 \frac{\gamma_0 + 1}{2} \delta(p_0 - M_+) + \lambda_-^2 \frac{\gamma_0 - 1}{2} \delta(p_0 - M_-) + \cdots \\
&= \gamma_0 A(p_0) + B(p_0) + \cdots \, , \qquad (1)
\end{aligned}
$$

where

$$
\begin{aligned}
A(p_0) &= \frac{1}{2} \left[\lambda_+^2 \delta(p_0 - M_+) + \lambda_-^2 \delta(p_0 - M_-) \right] \, , \\
B(p_0) &= \frac{1}{2} \left[\lambda_+^2 \delta(p_0 - M_+) - \lambda_-^2 \delta(p_0 - M_-) \right] \, , \qquad (2)
\end{aligned}
$$

$A(p_0) + B(p_0)$对应正宇称重子

$A(p_0) - B(p_0)$对应负宇称重子

正负宇称重子求和规则

引入权重函数$\exp\left[-\frac{p_0^2}{T^2}\right]$和$p_0^2\exp\left[-\frac{p_0^2}{T^2}\right]$

$$\lambda_\pm^2\exp\left[-\frac{M_\pm^2}{T^2}\right] = \int_\Delta^{\sqrt{s_0}} dp_0\left[\rho^A(p_0)\pm\rho^B(p_0)\right]\exp\left[-\frac{p_0^2}{T^2}\right], \tag{3}$$

$$\lambda_\pm^2 M_\pm^2\exp\left[-\frac{M_\pm^2}{T^2}\right] = \int_\Delta^{\sqrt{s_0}} dp_0\left[\rho^A(p_0)\pm\rho^B(p_0)\right]p_0^2\exp\left[-\frac{p_0^2}{T^2}\right], \tag{4}$$

s_0是连续阈值参数，T^2 是布莱尔参数，$\rho^A(p_0)$ 和$\rho^B(p_0)$ 是QCD层次上的谱密度.

2 $\frac{1}{2}^{\pm}$三重态粲重子的质量

- 算符乘积展开收敛和极点为主

	$T^2(\mathrm{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\mathrm{GeV})$	极点项	微扰项
$\Lambda_c(\frac{1}{2}^+)$	$1.7-2.7$	3.1	$(46-83)\%$	$(47-73)\%$
$\Xi_c(\frac{1}{2}^+)$	$1.9-2.9$	3.2	$(46-79)\%$	$(59-77)\%$
$\Lambda_b(\frac{1}{2}^+)$	$4.3-5.3$	6.5	$(46-67)\%$	$(58-72)\%$
$\Xi_b(\frac{1}{2}^+)$	$4.4-5.4$	6.5	$(45-64)\%$	$(62-73)\%$
$\Lambda_c(\frac{1}{2}^-)$	$2.2-3.2$	3.4	$(49-77)\%$	$(70-84)\%$
$\Xi_c(\frac{1}{2}^-)$	$2.4-3.4$	3.5	$(49-75)\%$	$(76-86)\%$
$\Lambda_b(\frac{1}{2}^-)$	$4.7-5.7$	6.7	$(49-67)\%$	$(69-80)\%$
$\Xi_b(\frac{1}{2}^-)$	$5.0-6.0$	6.8	$(49-65)\%$	$(75-83)\%$

- **比较实验数据**

	$T^2(\mathrm{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\mathrm{GeV})$	$M(\mathrm{GeV})$	$\lambda(\mathrm{GeV}^3)$	$M(\mathrm{GeV})$ PDG
$\Lambda_c(\frac{1}{2}^+)$	$1.7-2.7$	3.1 ± 0.1	2.26 ± 0.27	0.022 ± 0.008	2.28646
$\Xi_c(\frac{1}{2}^+)$	$1.9-2.9$	3.2 ± 0.1	2.44 ± 0.23	0.027 ± 0.008	2.4678/2.47088
$\Lambda_b(\frac{1}{2}^+)$	$4.3-5.3$	6.5 ± 0.1	5.65 ± 0.20	0.030 ± 0.009	5.6202
$\Xi_b(\frac{1}{2}^+)$	$4.4-5.4$	6.5 ± 0.1	5.73 ± 0.18	0.032 ± 0.009	5.7924
$\Lambda_c(\frac{1}{2}^-)$	$2.2-3.2$	3.4 ± 0.1	2.61 ± 0.21	0.035 ± 0.009	2.5954
$\Xi_c(\frac{1}{2}^-)$	$2.4-3.4$	3.5 ± 0.1	2.76 ± 0.18	0.042 ± 0.009	2.7891/2.7918
$\Lambda_b(\frac{1}{2}^-)$	$4.7-5.7$	6.7 ± 0.1	5.85 ± 0.18	0.042 ± 0.012	?
$\Xi_b(\frac{1}{2}^-)$	$5.0-6.0$	6.8 ± 0.1	6.01 ± 0.16	0.051 ± 0.012	?

3 $\frac{1}{2}^+$和$\frac{3}{2}^+$六重态粲重子和三重态双粲重子的质量

- $\frac{1}{2}^+$六重态粲重子的质量.

	$T^2(\mathrm{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\mathrm{GeV})$	$M(\mathrm{GeV})$	$\lambda(\mathrm{GeV}^3)$	$M(\mathrm{GeV})$(experimental)
Ω_b	$5.2-6.2$	6.8 ± 0.1	6.11 ± 0.16	0.134 ± 0.030	6.165/6.0544
Ξ_b'	$4.9-5.9$	6.7 ± 0.1	5.96 ± 0.17	0.079 ± 0.020	?
Σ_b	$4.6-5.6$	6.6 ± 0.1	5.80 ± 0.19	0.062 ± 0.018	5.8078/5.8152
Ω_c	$2.2-3.2$	3.4 ± 0.1	2.70 ± 0.20	0.093 ± 0.023	2.6952
Ξ_c'	$2.0-3.0$	3.3 ± 0.1	2.56 ± 0.22	0.055 ± 0.016	2.5756/2.5779
Σ_c	$1.8-2.8$	3.2 ± 0.1	2.40 ± 0.26	0.045 ± 0.015	2.454

- $\frac{3}{2}^{+}$ 六重态粲重子的质量.

	$T^2(\mathrm{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\mathrm{GeV})$	$M(\mathrm{GeV})$	$\lambda(\mathrm{GeV}^3)$	$M(\mathrm{GeV})$(**PDG**)
Ω_b^*	$5.3-6.3$	6.9 ± 0.1	6.17 ± 0.15	0.083 ± 0.018	?
Ξ_b^*	$5.0-6.0$	6.8 ± 0.1	6.02 ± 0.17	0.049 ± 0.012	?
Σ_b^*	$4.6-5.6$	6.7 ± 0.1	5.85 ± 0.20	0.038 ± 0.011	5.833
Ω_c^*	$2.4-3.4$	3.5 ± 0.1	2.79 ± 0.19	0.056 ± 0.012	2.766
Ξ_c^*	$2.2-3.2$	3.4 ± 0.1	2.65 ± 0.20	0.033 ± 0.008	2.646
Σ_c^*	$2.0-3.0$	3.3 ± 0.1	2.48 ± 0.25	0.027 ± 0.008	2.518

- $\frac{1}{2}^{+}$三重态双粲重子的质量(GeV)

	Ξ_{cc}	Ω_{cc}	Ξ_{bb}	Ω_{bb}
PDG	3.5189	?	?	?
This work	3.57 ± 0.14	3.71 ± 0.14	10.17 ± 0.14	10.32 ± 0.14

- $\frac{3}{2}^{+}$三重态双粲重子的质量(GeV)

Reference	Ξ^{*}_{cc}	Ω^{*}_{cc}	Ξ^{*}_{bb}	Ω^{*}_{bb}
PDG	?	?	?	?
This work	3.61 ± 0.18	3.76 ± 0.17	10.22 ± 0.15	10.38 ± 0.14

4 $\frac{1}{2}^-$和$\frac{3}{2}^-$六重态粲重子和三重态双粲重子的质量

- $\frac{1}{2}^-$六重态粲重子的质量

	$T^2(\mathrm{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\mathrm{GeV})$	$M(\mathrm{GeV})$	$\lambda(\mathrm{GeV}^3)$	Roberts et al	Ebert et al
Σ_c	$2.3-3.3$	3.5 ± 0.1	2.74 ± 0.20	0.071 ± 0.019	2.748	2.795
Ξ'_c	$2.5-3.5$	3.6 ± 0.1	2.87 ± 0.17	0.084 ± 0.019	2.859	2.928
Ω_c	$2.7-3.7$	3.7 ± 0.1	2.98 ± 0.16	0.136 ± 0.027	2.977	3.020
Σ_b	$4.9-5.9$	6.8 ± 0.1	6.00 ± 0.18	0.085 ± 0.022	6.099	6.108
Ξ'_b	$5.2-6.2$	6.9 ± 0.1	6.14 ± 0.15	0.103 ± 0.024	6.192	6.238
Ω_b	$5.5-6.5$	7.0 ± 0.1	6.27 ± 0.14	0.173 ± 0.035	6.301	6.352

- $\frac{3}{2}^-$ 六重态粲重子的质量

	$T^2(\mathrm{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\mathrm{GeV})$	$M(\mathrm{GeV})$	$\lambda(\mathrm{GeV}^3)$	Roberts et al	Ebert et al
Σ_c^*	$2.4-3.4$	3.5 ± 0.1	2.74 ± 0.20	0.037 ± 0.009	2.763	2.761
Ξ_c^*	$2.6-3.6$	3.6 ± 0.1	2.86 ± 0.17	0.045 ± 0.009	2.871	2.900
Ω_c^*	$2.8-3.8$	3.7 ± 0.1	2.98 ± 0.16	0.072 ± 0.013	2.986	2.998
Σ_b^*	$5.0-6.0$	6.8 ± 0.1	6.00 ± 0.18	0.047 ± 0.012	6.101	6.076
Ξ_b^*	$5.3-6.3$	6.9 ± 0.1	6.14 ± 0.16	0.054 ± 0.013	6.194	6.212
Ω_b^*	$5.6-6.6$	7.0 ± 0.1	6.26 ± 0.15	0.095 ± 0.019	6.304	6.330

- $\frac{1}{2}^-$三重态双粲重子的质量(和势模型预言差别较大)

	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$M(\text{GeV})$	$\lambda(\text{GeV}^3)$	Roberts et al	Ebert et al
Ξ_{cc}	$3.1-4.6$	4.5 ± 0.1	3.77 ± 0.18	0.159 ± 0.037	3.910	3.838
Ω_{cc}	$3.4-4.9$	4.6 ± 0.1	3.91 ± 0.14	0.192 ± 0.041	4.046	4.002
Ξ_{bb}	$8.8-10.8$	11.1 ± 0.1	10.38 ± 0.15	0.364 ± 0.088	10.493	10.632
Ω_{bb}	$9.1-11.1$	11.2 ± 0.1	10.53 ± 0.15	0.443 ± 0.101	10.616	10.771

- $\frac{3}{2}^-$ 三重态双粲重子的质量(和势模型预言差别较大)

	$T^2(\mathrm{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\mathrm{GeV})$	$M(\mathrm{GeV})$	$\lambda(\mathrm{GeV}^3)$	Roberts et al	Ebert et al
Ξ^*_{cc}	$3.3-4.8$	4.5 ± 0.1	3.77 ± 0.17	0.087 ± 0.019	3.921	3.959
Ω^*_{cc}	$3.6-5.1$	4.6 ± 0.1	3.91 ± 0.16	0.105 ± 0.020	4.052	4.102
Ξ^*_{bb}	$9.0-11.0$	11.1 ± 0.1	10.39 ± 0.15	0.206 ± 0.049	10.495	10.647
Ω^*_{bb}	$9.3-11.3$	11.2 ± 0.1	10.52 ± 0.15	0.251 ± 0.056	10.619	10.785

5 结论

- 区分正负宇称粒子，系统计算了粲美重子和双粲美重子的基态质量谱，对于已发现粒子，和实验数据符合很好，同时对于未发现粒子质量做出理论预言。
- 本方法突出优点:干净区分正负宇称重子的贡献，没有缠乎。
- 额外收益:求和规则对于布莱尔参数比较稳定。