$B \to M_1 M_2$ decays involving $\eta^{(\prime)}$ mesons

肖振军, 南京师范大学

合作者: 吕才典，郭立波

研究生:刘新，王辉升，郭东琴，陈新芬，徐前贵

高能物理学会年会，2006年10月, 桂林

xiaozhenjun@njnu.edu.cn

Outline

I. Introduction

- 在B物理研究中，$B \to M_1M_2$ 两体非粲强子衰变道是十分重要的衰变道。SLAC和KEK的两个B 介子工厂已经积累了大约900M个B介子对的产生和衰变事例，已经观察到四十多个$B \to M_1M_2$ 两体衰变过程。
- LHC实验即将在2007年投入运行。在LHC-b实验中，不但能提供大约10^{12}的$B_{u,d}$介子对事例，还能够提供大量的B_s、B_C介子对的产生和衰变事例，对$B_S \to M_1M_2$衰变过程的理论研究提供了实验推动。
- 随着实验数据统计性的不断提高，提高理论计算的精度成为焦点问题。在这方面近几年有许多进展，但目前对强子矩阵元$< M_1M_2|H_{eff}|B >$的计算仍有较大的不确定性，是影响理论计算精度的主要误差来源。

- 目前流行的三种因子化方法：
  - Beneke等人提出的QCD因子化方法；
  - 李湘楠等人提出的pQCD因子化方法；
  - Bauer 等人提出的SCET 因子化方法。
- 在QCD因子化方案下，人们已经在NLO level 对$B/B_s \to M_1 M_2$ 两体非粲强子衰变过程做了全面、细致的研究。

  在pQCD因子化方案下，人们对部分$B/B_s \to M_1 M_2$ 衰变过程做了计算和分析。已经开始包含NLO贡献。
- 我们最近采用pQCD因子化方法，计算了20多个两体非粲强子衰变道，$B \to (\rho,\pi,\phi,\omega)\eta^{(\prime)}, \eta^{(\prime)}\eta^{(\prime)}, KK^*$; $B_s \to (\pi,\rho,\phi,\omega)\eta^{(\prime)}, (\rho,\omega)K, \pi K^*$ ，给出了关于衰变分支比和CP破坏的理论预言，并做了全面的分析和讨论。

♣ 我们所考虑的过程多涉及η，η'介子。对$B \to (\rho,\pi)\eta^{(\prime)}$衰变道，BaBar 和Belle 已经给出初步的关于分支比实验测量结果。

♣ η,η' 为中性赝标介子，目前常用“Singlet-Octet Basis”和“Quark-flavor basis”来描写为η 和η'之间的混合

♠ “Singlet-Octet Basis: 双角混合

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \eta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_8 & -\sin\theta_1 \\ \sin\theta_8 & \cos\theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_8 \\ \eta_1 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

where

$$\eta_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\right), \quad \eta_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\right), \tag{2}$$

其中$\theta_{1,8}$ 是混合角: $\theta_8 \approx -21°$, $\theta_1 \approx [-9°, -4°]$;

♠ “Singlet-Octet Basis: 单角混合 $\theta_{1,8} = \theta_p$: $-17° \le \theta_p \le -10°$.

♠ “Quark-Flavor Basis:

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \eta' \end{pmatrix} = U(\phi) \begin{pmatrix} \eta_q \\ \eta_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_q \\ \eta_s \end{pmatrix}, \tag{3}$$

where

$$\eta_q = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(u\bar{u} + d\bar{d} \right), \quad \eta_s = s\bar{s}, \tag{4}$$

其中ϕ 是混合角: $\phi = 39.3^\circ \pm 1.0^\circ$;

♣ 为了解释实验上看到的$B \to K\eta^{(\prime)}$反常，人们考虑了各种各样的可能机制：

— large $c\bar{c}$ content of η'
(K.T.Chao and F.Yuan, et al.,);

— hard spectator-scattering mechanism: $g^* g^* \eta^{(\prime)}$ coupling;
(D.S.Du, Y.D.Yang, M.Z.Yang, T.Muta, E.Kou rt al.,)

— gluonic content of η' in QCDF;
(M. Beneke, M. Neubert, et al.)

— gluonic content of η' in pQCD;
(E. Kou, A.I. Sanda, H.-n Li, Y.Y. Charge, T. Kurimoto et al.,)

— various new physics contributions;
(Kagan, C.S.Huang, Y.L. Wu, Z.J.Xiao, et al.,)

♣ 在文献[E.Kou, PR D63,054027; Kou, Sanda, PL B525,240]中，η和η'的物理状态被定义为:

$$|\eta> = X_\eta|\eta_q> + Y_\eta|\eta_s>,$$
$$|\eta'> = X_{\eta'}|\eta_q> + Y_{\eta'}|\eta_s> + Z_{\eta'}|gluonium>. \quad (5)$$

作者认为η'中gluonic admixture $\leq 26\%$。

♣ 根据文献[P.L.B 525,240],一个很大的SU(3) singlet 贡献能够帮我们解释$B \to K\eta'$ 衰变大的分支比，但同时也导致$B \to K^0\eta$衰变的分支比过大，与目前的实验矛盾。

♣ 胶子分布振幅：The leading-twist gluonic DAs of $\eta_{q,s}$ mesons are defined by Ali et al., (EPJ C30(2003)183):

$$\begin{aligned}\langle \eta_q(P)|A^a_{[\mu}(z)A^b_{\nu]}(0)|0\rangle &= f_q A\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\frac{n^\rho_- P^\sigma}{n_-\cdot P}\int_0^1 dx e^{ixP\cdot z}\frac{\phi^G_q(x)}{x(1-x)}\ , \\ \langle \eta_s(P)|A^a_{[\mu}(z)A^b_{\nu]}(0)|0\rangle &= f_s B\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\frac{n^\rho P^\sigma}{n\cdot P}\int_0^1 dx e^{ixP\cdot z}\frac{\phi^G_s(x)}{x(1-x)}\ , \quad (6)\end{aligned}$$

with the function

$$\phi^G_{q(s)}(x) = x^2(1-x)^2 B_2^{q(s)} C_1^{5/2}(2x-1)\ , \quad C_1^{5/2}(t) = 5t\ . \quad (7)$$

The contribution from gluonic DAs is smaller than that from the quark DAs.

♣ 李湘楠等人[hep-ph/0609165]最近计算了$\eta^{(\prime)}$介子中的胶子成分对$B \to \eta^{(\prime)}$形状因子的贡献，for $b \to u, d$ decays, one finds

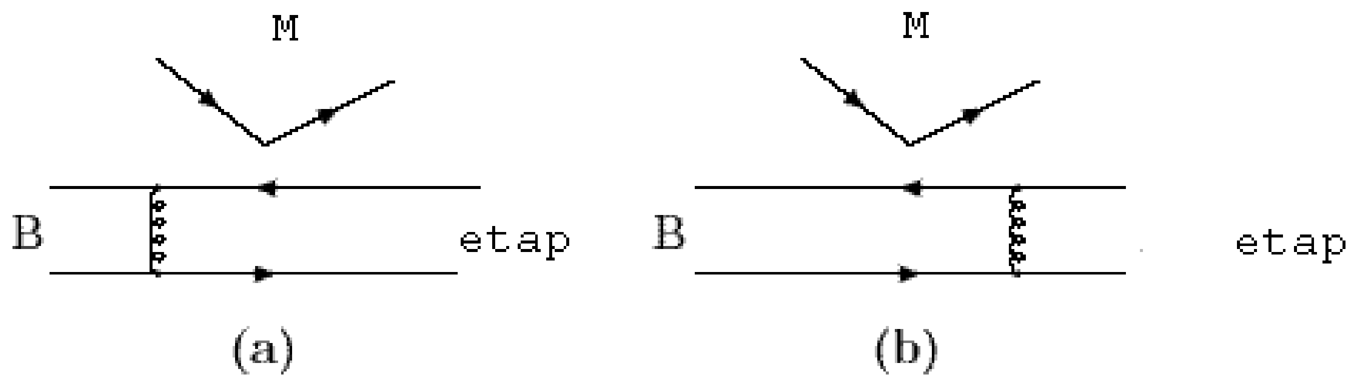
$$F^{B\eta_q}_{+(0,T)} = F^{B\eta_q}_{q+(0,T)} + F^{B\eta_q}_{g+(0,T)}\,, \quad F^{B\eta_s}_{+(0,T)} = F^{B\eta_s}_{g+(0,T)}\,. \tag{8}$$

That is, the η_s contributes only through the flavor-singlet pieces $F^{B\eta_s}_{g+,g0,gT}$. The $B \to \eta^{(\prime)}$ form factors are then obtained from the mixing,

$$\begin{pmatrix} F^{B\eta}_{+(0,T)} \\ F^{B\eta'}_{+(0,T)} \end{pmatrix} = U(\phi) \begin{pmatrix} F^{B\eta_q}_{+(0,T)} \\ F^{B\eta_s}_{+(0,T)} \end{pmatrix}\,. \tag{9}$$

The gluonic contributions from the η_q and η_s mesons add up in $F^{B\eta'}_{+(0,g)}$, but partially cancel in $F^{B\eta}_{+(0,g)}$.

图 1: 从(a),(b)两个图中可以抽取$F_0^{B\to\eta^{(\prime)}}$的形状因子.



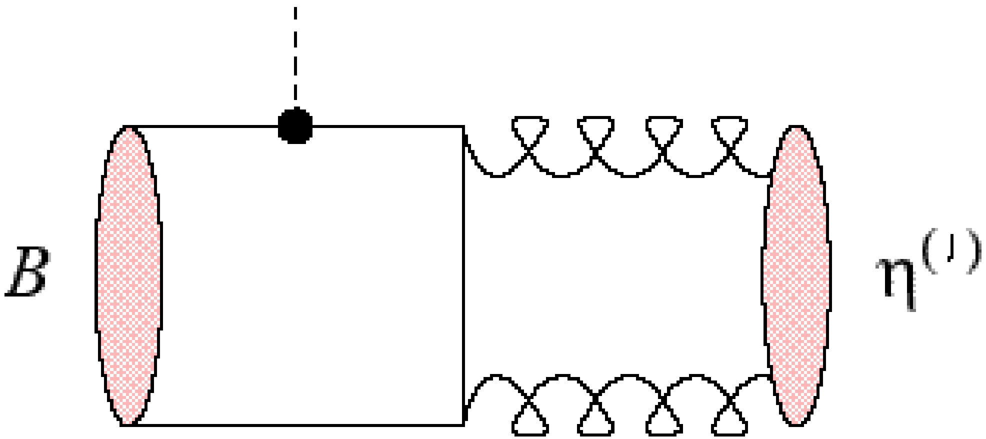


图 2: The Glonic contribution to $B \to \eta^{(\prime)}$ form factor.

♣ 他们的结果表明：

— — — 对$F^{B\eta}_{+(0,g)}$的胶子贡献只有$\leq 5\%$; 对$F^{B\eta}_{+(0,g)}$的胶子贡献在$10\% \sim 40\%$;

— — — 胶子贡献对$Br(B \to K\eta')$给出增强，同时压低$Br(B \to K\eta)$，理论预言和实验数据符合的很好:

$$
\begin{aligned}
Br(B^0 \to K^0\eta') &\approx 61 \times 10^{-6} , \\
Br(B^0 \to K^0\eta) &\approx 2 \times 10^{-6}
\end{aligned}
$$

Spectator hard scattering contribution.

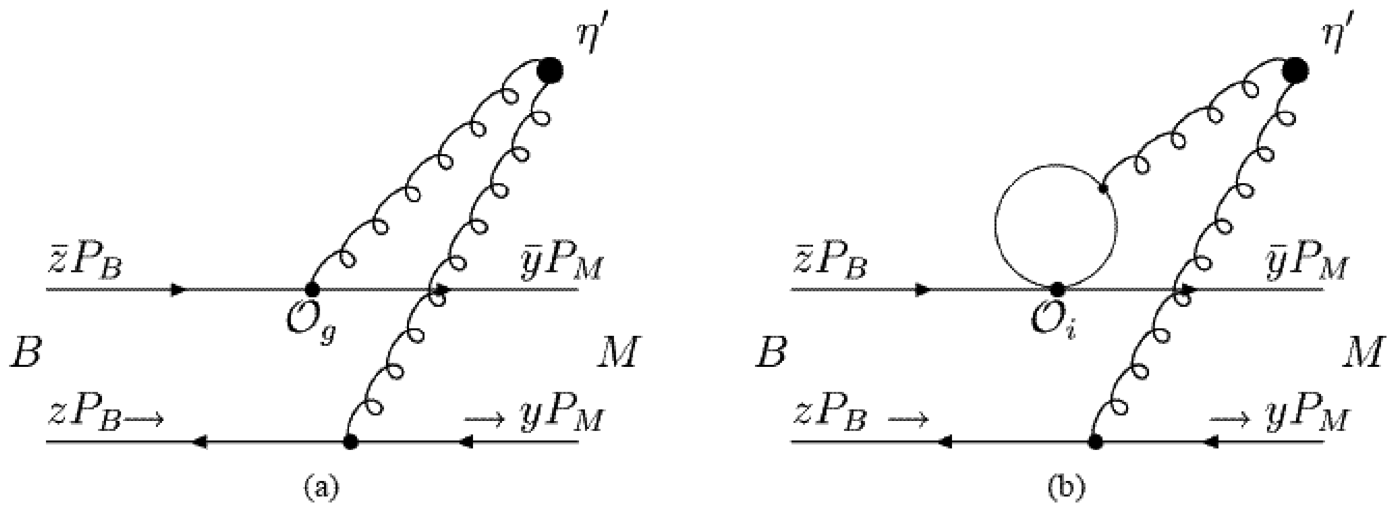


Fig. 3. The Feynman diagrams of the spectator hard scattering mechanism for B decays to $\eta' M$, where M is a light pseudoscalar or vector meson.

II. Theoretical Framework

♣ 在PQCD方法下费曼振幅的表达式为:

$$\mathcal{A}(B \to M_1 M_2) \sim \int d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3 \ \mathrm{Tr}\left[C(t)\Phi_B(k_1)\Phi_{M_1}(k_2)\Phi_{M_2}(k_3) \times H(k_1,k_2,k_3,t)\right] \quad (10)$$

♣ k_i: 介子中轻夸克的动量;

Tr：对Dirac矩阵和色指标求迹;

$C(t)$: $Wilson$系数;

t: 能标 $O(\sqrt{\bar{\Lambda} M_B})$;

$H(k_1,k_2,k_3,t)$: 含有硬胶子的微扰可算部分;

Φ_M: 介子波函数.

♣ 对k_1^-, k_2^-, k_3^+ 积分后，费曼振幅的表达式为

$$
\begin{aligned}
\mathcal{A}(B \to M_1 M_2) \quad \sim \quad & \int dx_1 dx_2 dx_3 b_1 db_1 b_2 db_2 b_3 db_3 \\
& \times \mathrm{Tr}\left[C(t) \Phi_B(x_1, b_1) \Phi_{M_1}(x_2, b_2) \Phi_{M_2}(x_3, b_3) H(x_i, b_i, t)\right. \\
& \left.\times S_t(x_i)\, e^{-S(t)}\right], \qquad (11)
\end{aligned}
$$

其中，

$S_t(x_i)$: 由双对数$\ln^2 x_i$经过阈值求和所得到，可以消除端点发散;
$e^{-S(t)}$: $Sudakov$ 形状因子，能有效压低软胶子的动力学效应.

♣ $b \to d$ transition 有效哈密顿量表示为:

$$
\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[V_{ub} V_{ud}^* \left(C_1(\mu) O_1^u(\mu) + C_2(\mu) O_2^u(\mu) \right) - V_{tb} V_{td}^* \sum_{i=3}^{10} C_i(\mu)\, O_i(\mu) \right]
$$

♣ 以$B \to (\rho,\pi)\eta^{(\prime)}$ 衰变为例，factorizable and non-factorizable spectator diagrams are：

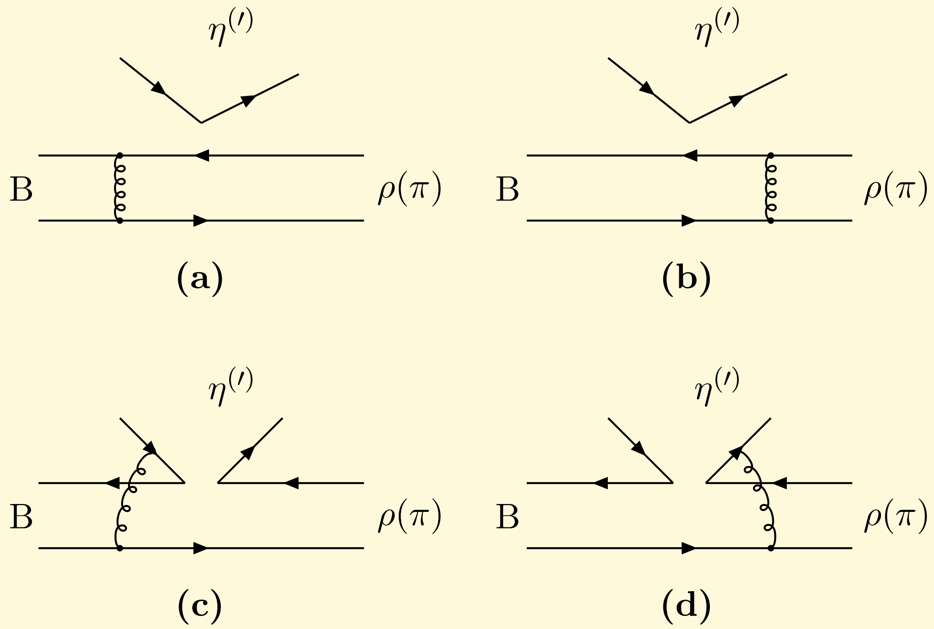


图 3: 从(a),(b)两个图中可以抽取$A_0^{B\to\rho}(0)$ 和$F_0^{B\to\pi}(0)$ 的形状因子. 当将$\rho(\pi)$和$\eta^{(\prime)}$互换后就可得到$F_0^{B\to\eta^{(\prime)}}$的形状因子.

♣ The annihilation diagrams for $B \to (\rho, \pi)\eta^{(\prime)}$ are

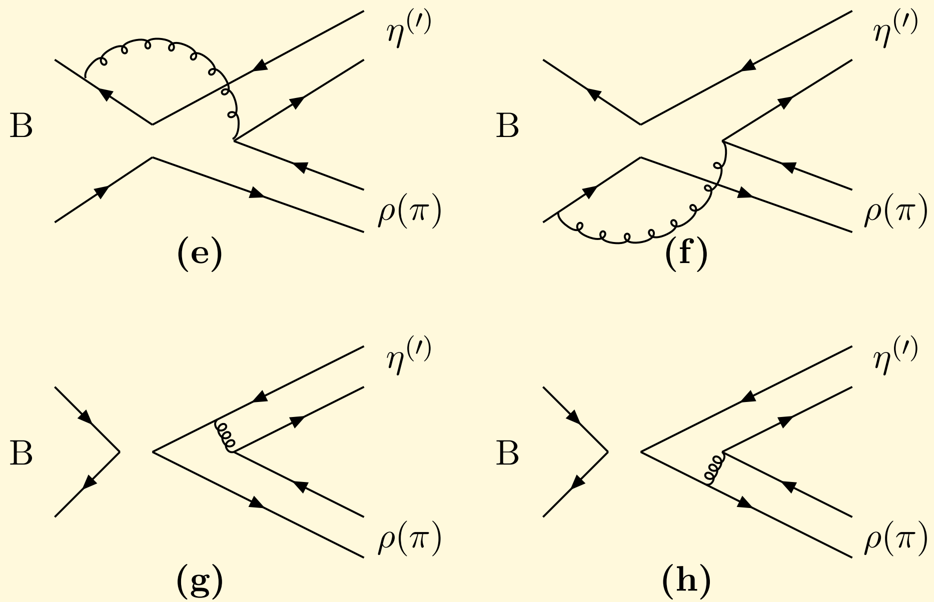


图 4: 湮灭图对衰变过程的贡献.

♣ 在pQCD因子化方案中，形状因子是可以计算的，湮灭图也是可以计算的。

III. Numerical Results

1. Branching Ratios

♠ 在这些过程($\bar{b} \to \bar{d}$)中,衰变振幅的表达式为

$$\mathcal{M} = V_{ub}^* V_{ud} T - V_{tb}^* V_{td} P = V_{ub}^* V_{ud} T \left[1 + z e^{i(\alpha+\delta)} \right] \quad (13)$$

$$z = \left| \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{ub}^* V_{ud}} \right| \left| \frac{P}{T} \right| \qquad \alpha = \arg \left[- \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*} \right] \quad (14)$$

其中α是CKM相角，δ 是"Penguin"和"Tree" 图的相对强相位.

♠ 上式相应的共轭表达式为

$$\overline{\mathcal{M}} = V_{ub} V_{ud}^* T - V_{tb} V_{td}^* P = V_{ub} V_{ud}^* T \left[1 + z e^{i(-\alpha+\delta)} \right] \quad (15)$$

♠ We define the CP-averaged branching ratio as

$$BR(B \to M_1 M_2) = \left[Br(B \to f) + Br(\overline{B} \to \bar{f}) \right] / 2 \quad (16)$$

♣ For $B \to \rho\eta^{(\prime)}$ decays, we find [Phys.Rev. D 73, 074002 (2006)]:

$$
\begin{aligned}
Br(\ B^+ \to \rho^+\eta) &= \left[10.6^{+3.9}_{-2.6}(\omega_b)^{+1.0}_{-0.9}(m_0^\pi) \pm 0.5(\alpha)\right] \times 10^{-6}, \\
Br(\ B^+ \to \rho^+\eta') &= \left[6.5^{+2.3}_{-1.8}(\omega_b) \pm 0.6(m_0^\pi) \pm 0.5(\alpha)\right] \times 10^{-6}, \\
Br(\ B^0 \to \rho^0\eta) &= \left[4.2^{+2.0}_{-1.2}(\omega_b) \pm 0.5(m_0^\pi)^{+0.6}_{-0.4}(\alpha)\right] \times 10^{-8}, \\
Br(\ B^0 \to \rho^0\eta') &= \left[4.7^{+2.0}_{-1.6}(\omega_b)^{+0.1}_{-0.6}(m_0^\pi) \pm 0.1(\alpha)\right] \times 10^{-8}.
\end{aligned}
$$

◇ QCD因子化方法下给出的理论值(in units of 10^{-6}):

$$
\begin{aligned}
Br(\rho^+\eta) &= 9.4^{+5.9}_{-4.8}, \qquad Br(\rho^+\eta') = 6.3^{+4.0}_{-3.3}, \\
Br(\rho^0\eta) &= 0.03^{+0.17}_{-0.10}, \qquad Br(\rho^0\eta') = 0.01^{+0.12}_{-0.06}.
\end{aligned}
$$

◇ World-average from HFAG (in units of 10^{-6}):

$$
\begin{aligned}
Br(\rho^+\eta) &= 5.3^{+1.2}_{-1.1}, \qquad Br(\rho^+\eta') = 9.1^{+3.7}_{-2.8}, \\
Br(\rho^0\eta) &= < 1.5, \qquad Br(\rho^0\eta') =< 3.7.
\end{aligned}
$$

♣ For $B \to \pi\eta^{(\prime)}$, we find (in units of 10^{-6})[Nucl.Phys. B738 (2006)243]:

$$Br(B^+ \to \pi^+\eta) = 4.1^{+1.5}_{-1.1}, \qquad Br(B^+ \to \pi^+\eta') = 2.4^{+0.9}_{-0.6},$$
$$Br(B^0 \to \pi^0\eta) = 0.23 \pm 0.08, \qquad Br(B^0 \to \pi^0\eta') = 0.19 \pm 0.05.$$

◇ QCD因子化方法的理论预言值（in units of 10^{-6}）：

$$Br(\pi^+\eta) = 4.7^{+2.7}_{-2.3}, \qquad Br(\pi^+\eta') = 3.1^{+1.9}_{-1.7},$$
$$Br(\pi^0\eta) = 0.28^{+0.48}_{-0.28}, \qquad Br(\pi^0\eta') = 0.17^{+0.33}_{-0.17}.$$

◇ World-average from HFAG (in units of 10^{-6}):

$$Br(\pi^+\eta) = 4.4 \pm 0.4, \qquad Br(\pi^+\eta') = 2.6 \pm 0.6,$$
$$Br(\pi^0\eta) = < 1.3, \qquad Br(\pi^0\eta') = 1.5 \pm 0.7.$$

♣ For $B \to \eta^{(\prime)}\eta^{(\prime)}$, we find (in units of 10^{-6}) (hep-ph/0607219):

$$\begin{aligned} Br(B^0 \to \eta\eta) &= 0.18 \pm 0.07, \qquad Br(B^0 \to \eta\eta') = 0.12 \pm 0.04, \\ Br(B^0 \to \eta'\eta') &= 0.08 \pm 0.03. \end{aligned}$$

◇ QCD因子化方法的理论预言值（in units of 10^{-6}）：

$$\begin{aligned} Br(\pi^+\eta) &= 0.16^{+0.45}_{-0.19}, \qquad Br(\pi^+\eta') = 0.16^{+0.61}_{-0.18}, \\ Br(\pi^0\eta) &= 0.06^{+0.26}_{-0.07}. \end{aligned}$$

◇ World-average from HFAG (in units of 10^{-6}):

$$\begin{aligned} Br(\eta\eta) &= 1.1^{+0.5}_{-0.4} \pm 0.1(< 1.8), \qquad Br(\eta\eta') < 1.7, \\ Br(\eta'\eta') &= 1.0^{+0.8}_{-0.7} \pm 0.1(< 2.4). \end{aligned}$$

♣ For $B \to KK^*$ decays, we find (hep-ph/0609005):

$$\begin{aligned}
Br(B^+ \to K^+\overline{K}^{*0}) &= 2.0^{+0.7}_{-0.5}(\omega_b) \times 10^{-7}, \\
Br(B^+ \to K^{*+}\overline{K}^{0}) &= 10.7^{+3.8}_{-2.6}(\omega_b) \times 10^{-7}, \\
Br(B^0/\overline{B}^0 \to K^0\overline{K}^{*0} + \overline{K}^0 K^{*0}) &= 9.8^{+3.9}_{-2.7}(\omega_b) \times 10^{-7}, \\
Br(B^0/\overline{B}^0 \to K^+K^{*-} + K^- K^{*+}) &= 4.0 \pm 0.6(\omega_b) \times 10^{-8}.
\end{aligned}$$

◇ QCD因子化方法的理论预言值:

$$\begin{aligned}
Br(K^-K^{*0}) &= 3.0^{+6.0}_{-2.5} \times 10^{-7}, \quad Br(K^{*-}K^0) = 3.0^{+7.2}_{-2.7} \times 10^{-7}, \\
Br(\overline{K}^0 K^{*0}) &= 2.6^{+4.8}_{-2.0} \times 10^{-7}, \quad Br(K^0\overline{K}^{*0}) = 2.9^{+7.3}_{-2.7} \times 10^{-7}, \\
Br(K^-K^{*+}) &= 1.4^{+10.7}_{-1.4} \times 10^{-8}, \quad Br(K^+K^{*-}) = 1.4^{+10.7}_{-1.4} \times 10^{-8}.
\end{aligned}$$

◇ World-average from HFAG (in units of 10^{-6}):

$$Br(K^0\overline{K}^{*0} + \bar{K}^0 K^{*0}) = < 1.9, \quad Br(K^+\overline{K}^{*0}) < 5.3.$$

♣ For $B_s \to \pi^0\eta^{(\prime)}$ decays，we find (hep-ph/0606177):

$$
\begin{aligned}
Br(B_s^0 \to \pi^0\eta) &= \left(0.86^{+1.12}_{-0.33}\right) \times 10^{-7}, \\
Br(B_s^0 \to \pi^0\eta') &= \left(1.86^{+1.76}_{-0.69}\right) \times 10^{-7}.
\end{aligned}
$$

◇ QCD因子化方法的理论预言值（in units of 10^{-7}）：

$$
\begin{aligned}
Br(\ B_s^0 \to \pi^0\eta) &= 0.75^{+0.35}_{-0.30}, \\
Br(\ B_s^0 \to \pi^0\eta') &= 1.1^{+0.24}_{-0.24}.
\end{aligned}
$$

◇ World-average from HFAG:

$$Br(B_s^0 \to \pi^0\eta^{(\prime)}) < 1.0 \times 10^{-3}.$$

♣ For $B_s \to (\rho, \omega)K$ decays，we find (hep-ph/0608222):

$$\begin{aligned} Br(B_s \to \rho^{\pm} K^{\mp}) &= \left[24.7^{+10.1}_{-6.7}(\omega_b)^{+1.1}_{-1.2}(\alpha)\right] \times 10^{-6}, \\ Br(B_s \to \rho^0 \overline{K}^0) &= \left[1.2^{+0.4}_{-0.2}(\omega_b) \pm 0.1(\alpha)\right] \times 10^{-7}, \\ Br(B_s \to \omega \overline{K}^0) &= \left[1.7^{+0.6}_{-0.3}(\omega_b) \pm 0.02(\alpha)\right] \times 10^{-7}. \end{aligned}$$

◇ QCD因子化方法的理论预言值（in units of 10^{-7}）:

$$\begin{aligned} Br(B_s \to \rho^{\pm} K^{\mp}) &= \left[24.5^{+15.2}_{-12.9}\right] \times 10^{-6}, \\ Br(B_s \to \rho^0 \overline{K}^0) &= \left[6.1^{+12.6}_{-6.0}\right] \times 10^{-7}, \\ Br(B_s \to \omega \overline{K}^0) &= \left[5.1^{+8.3}_{-4.0}\right] \times 10^{-7}. \end{aligned}$$

◇ No data available currently.

2. CP Violation

♣ $B^{\pm}$介子衰变的直接CP破坏:

$$\mathcal{A}_{CP}^{dir} = \frac{|\overline{\mathcal{M}}|^2 - |\mathcal{M}|^2}{|\overline{\mathcal{M}}|^2 + |\mathcal{M}|^2} = \frac{2z \sin\alpha \sin\delta}{1 + 2z\cos\alpha\cos\delta. + z^2}$$

♣ $B^0 - \overline{B}^0$混合与时间相关的CP破坏:

$$\begin{aligned} A_{CP} &= A_{CP}^{dir}\cos(\Delta m \Delta t) + A_{CP}^{mix}\sin(\Delta m \Delta t), \\ A_{CP}^{dir} &= \frac{|\lambda_{CP}|^2 - 1}{1 + |\lambda_{CP}|^2}, \qquad A_{CP}^{mix} = \frac{2Im(\lambda_{CP})}{1 + |\lambda_{CP}|^2}, \end{aligned}$$

where

$$\lambda_{CP} = \frac{V_{tb}^* V_{td} \langle \bar{f} | H_{eff} | \overline{B}^0 \rangle}{V_{tb} V_{td}^* \langle f | H_{eff} | B^0 \rangle} = e^{2i\alpha} \frac{1 + z e^{i(\delta-\alpha)}}{1 + z e^{i(\delta+\alpha)}}.$$

♣ For $B \to (\rho^{\pm}, \rho^0)\eta^{(\prime)}$ decays, we found:

$$\begin{aligned} A_{CP}^{dir}(\rho^{\pm}\eta) &\approx -13\%, & A_{CP}^{dir}(\rho^{\pm}\eta') \approx -18\%, \\ A_{CP}^{dir}(\rho^{0}\eta) &\approx -41\%, & A_{CP}^{dir}(\rho^{0}\eta') \approx -27\%, \\ A_{CP}^{mix}(\rho^{0}\eta) &\approx +25\%, & A_{CP}^{mix}(\rho^{0}\eta') \approx +11\%. \end{aligned}$$

♣ For $B \to (\pi^{\pm}, \pi^0)\eta^{(\prime)}$ decays, we found:

$$\begin{aligned} A_{CP}^{dir}(\pi^{\pm}\eta) &\approx -37\%, & A_{CP}^{dir}(\pi^{\pm}\eta') \approx -33\%, \\ A_{CP}^{dir}(\pi^{0}\eta) &\approx -37\%, & A_{CP}^{dir}(\pi^{0}\eta') \approx -33\%, \\ A_{CP}^{mix}(\pi^{0}\eta) &\approx +67\%, & A_{CP}^{mix}(\pi^{0}\eta') \approx +67\%. \end{aligned}$$

♣ 实验结果: $A_{CP}^{dir}(\rho^{\pm}\eta)^{exp} = -0.03 \pm 0.16$,

$$A_{CP}^{dir}(\pi^{\pm}\eta)^{exp} = -0.11 \pm 0.08, \quad A_{CP}^{dir}(\pi^{\pm}\eta')^{exp} = 0.14 \pm 0.15. \tag{17}$$

♣ For $B \to \eta^{(\prime)}\eta^{(\prime)}$ decays, we found (in percent):

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{CP}^{dir}(\eta\eta) &= +14^{+7}_{-5}, \qquad \mathcal{A}_{CP}^{mix}(\eta\eta) = +91^{+4}_{-9}, \\ \mathcal{A}_{CP}^{dir}(\eta\eta') &= +76^{+5}_{-10}, \qquad \mathcal{A}_{CP}^{mix}(\eta\eta') = +6^{+51}_{-55}, \\ \mathcal{A}_{CP}^{dir}(\eta'\eta') &= +86^{+13}_{-16}, \qquad \mathcal{A}_{CP}^{mix}(\eta'\eta') = +50^{+21}_{-36}. \end{aligned}$$

♣ The QCDF and SCET predictions (in percent):

$$\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B^0 \to \eta\eta) = \begin{cases} +63^{+32}_{-74}, & \text{QCDF}, \\ +48 \pm 32, & \text{SCET}, \end{cases}$$

$$\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B^0 \to \eta\eta') = \begin{cases} +56^{+32}_{-144}, & \text{QCDF}, \\ +70 \pm 24, & \text{SCET}, \end{cases}$$

$$\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B^0 \to \eta'\eta') = \begin{cases} +46^{+43}_{-147}, & \text{QCDF}, \\ +60 \pm 38, & \text{SCET}, \end{cases} .$$

♣ For $B \to K K^*$ decays, we found (in percent):

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B^\pm \to K^\pm \overline{K}^{*0}(K^{*0})) &= +15 \pm 5, \\
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B^\pm \to K^{*\pm} \overline{K}^{0}(K^{0})) &= +44^{+10}_{-15}, \\
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B^0/\overline{B}^0 \to K^0 \overline{K}^{*0}(\overline{K}^{0} K^{*0})) &= 0.
\end{aligned}$$

♣ The QCDF predictions (in percent):

$$\begin{aligned}
A_{CP}^{dir}(B^\pm \to K^\pm \overline{K}^{*0}(K^{*0})) &= -24^{+28}_{-39}, \\
A_{CP}^{dir}(B^\pm \to K^{*\pm} \overline{K}^{0}(K^{0})) &= -13^{+29}_{-37}.
\end{aligned}$$

♣ Clearly, there is a sign difference between the pQCD and QCDF predictions for CP violating asymmetries.

♣ For $B_s \to \pi\eta^{(\prime)}$ decays, we found (in percent):

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B_s^0 \to \pi^0\eta) &= -4.5^{+1.2}_{-0.6}(\gamma)^{+0.6}_{-0.4}(\omega_{b_s}) \pm 0.6(m_0^\pi)^{+1.7}_{-1.8}(m_s)^{+0.7}_{-0.2}(a_t), \\
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B_s^0 \to \pi^0\eta') &= -9.1^{+2.8}_{-2.3}(\gamma)^{+0.3}_{-0.6}(\omega_{b_s}) \pm 0.3(m_0^\pi) \pm 1.9(m_s)^{+4.1}_{-1.5}(a_t) \\
\mathcal{A}_{CP}^{mix}(B_s^0 \to \pi^0\eta) &= -0.2 \pm 0.1(\gamma)^{+2.5}_{-2.1}(\omega_{b_s})^{+1.2}_{-1.4}(m_0^\pi)^{+4.4}_{-4.5}(m_s)^{+26.3}_{-11.6}(a_t), \\
\mathcal{A}_{CP}^{mix}(B_s^0 \to \pi^0\eta') &= 27.0^{+4.8}_{-7.5}(\gamma)^{+0.4}_{-0.7}(\omega_{b_s})^{+0.6}_{-0.5}(m_0^\pi) \pm 0.2(m_s)^{+17.1}_{-8.3}(a_t).
\end{aligned}$$

♣ The QCDF predictions (in percent):

$$\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B_s^0 \to \pi^0\eta') = 27.8^{+6.0\,+9.6\,+2.0\,+24.7}_{-7.1\,-5.7\,-2.0\,-27.2}.$$

♣ For $B_s \to (\rho, \omega)K$ decays, we found (in percent):

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B_s \to \rho^\pm K^\mp) &= -12.5^{+2.0}_{-2.2}(\omega_b)^{-0.6}_{+2.0}(\alpha), \\
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B_s \to \rho^0 \overline{K}^0) &= -91.9^{-1.8}_{+8.0}(\omega_b)^{+6.5}_{+4.8}(\alpha), \\
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B_s \to \omega \overline{K}^0) &= +81.2^{+1.7}_{-5.6}(\omega_b)^{-1.2}_{-8.8}(\alpha), \\
\mathcal{A}_{CP}^{mix}(B_s \to \rho^0 \overline{K}^0) &= -37^{+22}_{-19}(\omega_b)^{+26}_{+22}(\gamma), \\
\mathcal{A}_{CP}^{mix}(B_s \to \omega \overline{K}^0) &= -40 \pm 11(\omega_b)^{+19}_{-15}(\gamma).
\end{aligned}$$

♣ The QCDF predictions (in percent):

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B_s \to \rho^\pm K^\mp) &= (-1.5 \pm 12.2) \times 10^{-2}, \\
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B_s \to \rho^0 \overline{K}^0) &= 24.7^{+58.3}_{-56.8}, \\
\mathcal{A}_{CP}^{dir}(B_s \to \omega \overline{K}^0) &= -43.9^{+69.1}_{-62.1}.
\end{aligned}$$

♣ There is also a sign difference between the pQCD and QCDF predictions for latter two neutral decay modes.

IV. Conclusion and discussions

- ♣ 在已经发表的文章中,我们没有考虑η'中可能有的胶子耦合成分的贡献，η和η'只有混合系数上的差别。对$B \to \eta^{(\prime)}\eta^{(\prime)}$，$B_s \to \pi\eta^{(\prime)}$，$\rho(\pi)\eta^{(\prime)}$等衰变道，胶子部分的贡献正在计算之中。

- ♣ 对胶子成分贡献的计算困难，近似多，误差大。实际上我们现在仍然不知道如何可靠地计算这种贡献？

- ♣ 对于涉及η, η'介子的衰变过程的分支比，pQCD理论值与QCDF理论预言值符合的很好，与目前已知的最新实验数据也符合的很好。

  除了$B \to K\eta'$ 衰变道以外，好像不需要η'介子中胶子耦合成分的帮助！

♣ 在pQCD因子化方法中，基本的输入量是相关介子的波函数，形状因子是可以解析维扰计算的，这一点当然有争论。通过我们的解析和数值计算，抽取出相关的跃迁形状因子为：

$$
\begin{aligned}
F_{0,1}^{B\to\pi}(0) &= 0.30\pm0.05, \qquad F_{0,1}^{B\to K}(0) = 0.36\pm0.06,\\
F_{0,1}^{B\to\eta^{(\prime)}}(0) &= 0.30\pm0.05, \qquad F_{0,1}^{B_s\to K}(0) = 0.28\pm0.05,\\
A_0^{B\to\rho}(0) &= 0.37\pm0.06, \qquad A_0^{B\to K^*}(0) = 0.46\pm0.07.
\end{aligned}
$$

上述结果与目前由QCD sum rule 等方法得到的结果符合的很好。这一点应当可以被看成是对pQCD 因子化方法的一个支持！

♣ 在CP破坏方面，pQCD的理论预言值一般都比QCDF的理论预言值要大，其原因在于二者的强相位的来源不同。另外，现在的理论预言值的误差仍然比较大。高阶效应等因素可能会产生较大的影响。

Thanks to All !

Backup Slides

正在进行的相关工作

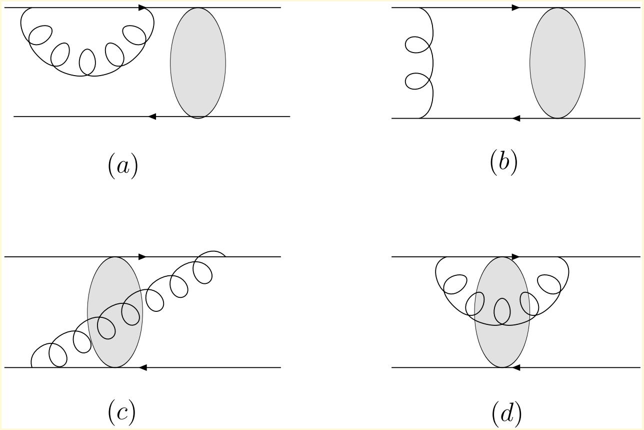
- 对$B \to (\phi, \omega)\eta^{(\prime)}$ 和$B_s \to (\rho, \phi, \omega)\eta^{(\prime)}, \pi K^*$ 衰变道的计算已经完成，正在做最后检查。
- 对$B \to K\eta^{(\prime)}$ 衰变道的重新计算已经完成，正在做最后的讨论和交叉检查。
- 尽快将 LO level的计算拓展到 NLO level。

强子矩阵元计算的方法

- 朴素的因子化方案：由Bauer, Stech 和Wirbel 建立的最简单的因子化方案。但该方案依赖于重整化标度和方案(scale and scheme dependent)，丢失了强相角的信息，无法预测CP；
- 推广的因子化方案：重整化标度和方案依赖性降低，但是引入N_{eff}，这个量不是普适的。
- BBNS因子化方案：解决了重整化标度和方案依赖性，但是无法计算湮灭图和非因子化衰变为主的衰变过程
- PQCD approach：引入Sudakov因子，修正端点行为，可以计算湮灭图过程。

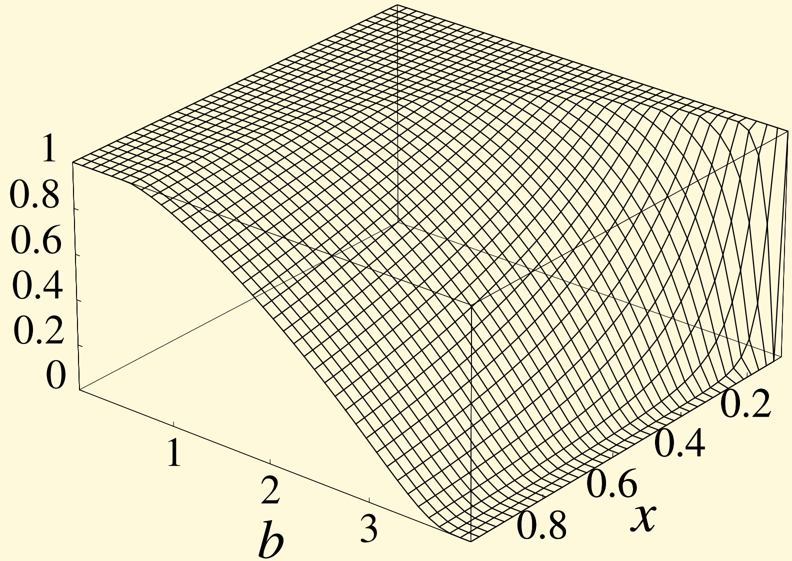
Sudakov因子

在问题的处理过程中，不仅有硬胶子的交换，而且还有很多软胶子的存在。因此，需要进行辐射修正。



每一个发散都有对数项产生，单个的对数项全部抵消掉，但是当软发散和共线发散重叠的时候，会出现双对数项，我们可以利用重整化群方程求和起来，得到Sudakov因子。

Sudakov因子效果图



在大b 的区域$b \sim b_{max} = 1/\Lambda_{QCD}$的时候，该因子很小，基本上趋进于零，即当$b$增大的时候，它是指数衰减的。由于引入$\mathbf{k}_T$而出现的Sudakov因子的作用就是压低在大$b$(小$k_T$)时长程相互作用，恰恰是因为这种特性，才保证了我们利用微扰论来做计算。

介子波函数Φ_M

普适的介子波函数描述的是非微扰过程，是唯象的结果。一般利用QCD 求和规则或者格点QCD 导出，根据已有实验数据确定其参数。例如：

★ 重赝标介子与 轻赝标介子：

$$
\begin{aligned}
\Phi_H(x,b) &= \frac{i}{\sqrt{2N_c}}\left[(\not P_1\gamma_5)+M_H\gamma_5\right]\phi_H(x,b),. \\
\Phi_L(x,b) &= \frac{i}{\sqrt{2N_c}}\Big[\gamma_5\ \not P\phi_L^A(x,b)+m_0^{M_1}\gamma_5\phi_L^P(x_3,b_3) \\
&\quad +m_0^{M_2}\gamma_5(\not v\ \not n-1)\phi_L^T(x,b)\Big].
\end{aligned}
$$

★ 矢量介子：

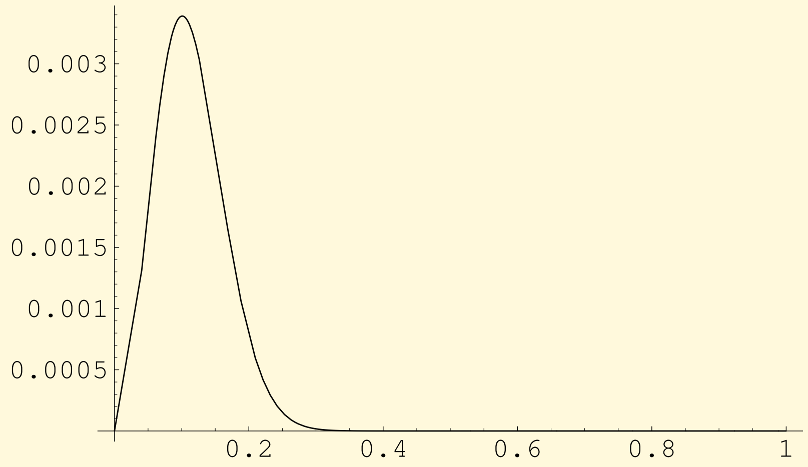
$$
\Phi_V^{\parallel}(x,b)=\frac{i}{\sqrt{6}}\Big[M_V\ \not\epsilon_L\phi_V(x,b)+\not\epsilon_L\ \not P\phi_V^t(x,b)+M_V I\phi_V^s(x,b)\Big].
$$

其中ϕ_B,ϕ_L和ϕ_V表示介子波函数的“light-cone distribution amplitude”。

光锥分布函数

对于B, K, π，我们可以通过其它测量比较好的衰变道定出该函数，例如对B介子有：

$$\phi_B(x,b) = N_B x^2(1-x)^2 \exp\left[-\frac{M_B^2\ x^2}{2\omega_b^2} - \frac{1}{2}(\omega_b b)^2\right]. \tag{18}$$



误差来源

★ 波函数本身的不确定性，主要是由ω_b和 Gegenbauer moments 的不确定性引起的误差。

★ 手征质量(m_0^π等)和衰变常数带来的误差。

★ CKM矩阵元的不确定性，$\alpha = 100^\circ \pm 20^\circ$；

★ NLO 高阶修正的贡献；末态相互作用的贡献;

★ η'介子中可能的胶子成分的贡献。